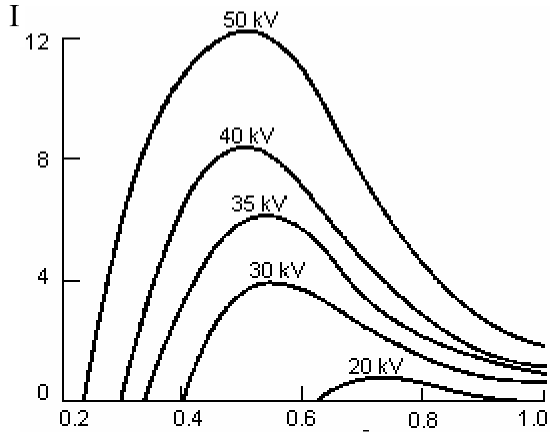
Ένωση Ελλήνων Φυσικών
Πανελλήνιος Διαγωνισμός Φυσικής 2003

Γ΄ Λυκείου

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1^{ο}

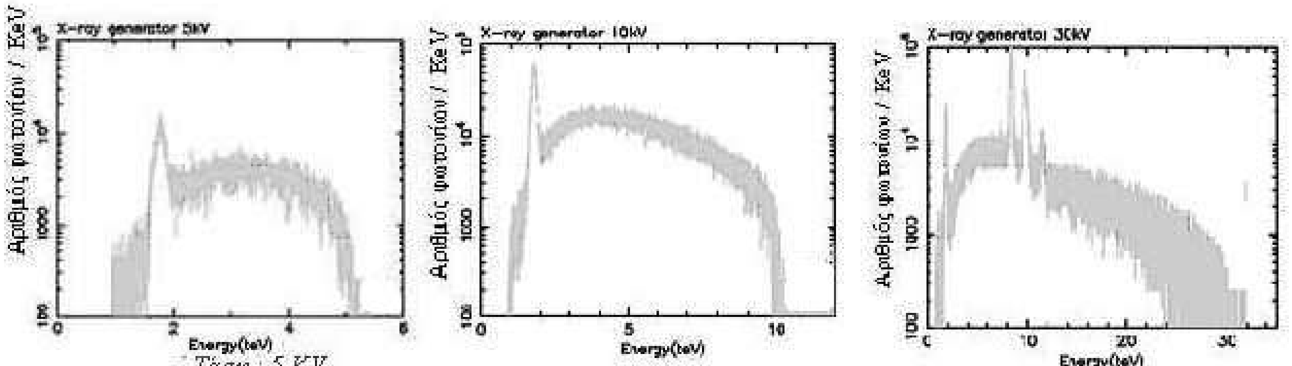
Α. Ι) Στο διπλανό σχήμα, απεικονίζεται το συνεχές φάσμα (ακτινοβολία πέδησης) των ακτίνων Χ, που εκπέμπονται από άνοδο βολφραμίου, όταν αυτή βομβαρδίζεται από δέσμες ηλεκτρονίων, πέντε (5) διαφορετικών ενεργειών (Ulrey, 1918).



I = Ένταση Ακτινοβολίας

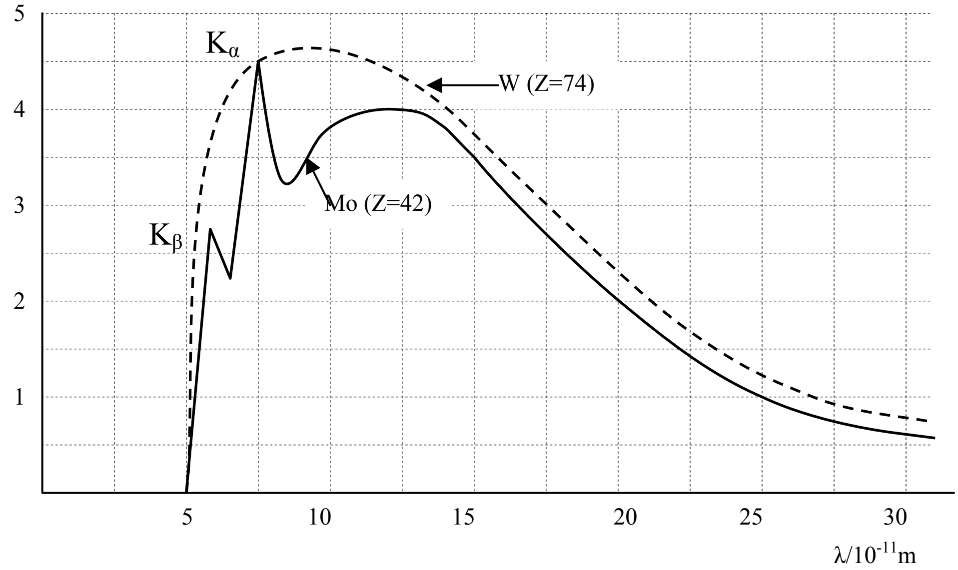
Να ερμηνεύσετε το γεγονός ότι αυξανομένης της επιταχύνουσας (ανοδικής) τάσης ($V_α$), το ελάχιστο μήκος κύματος ($λ_{min}$) μειώνεται.

ΙΙ) Να ερμηνεύσετε τις διαφορές, που παρατηρεί-τε, στα χαρακτηριστικά - γραμμικά τμήματα των παρακάτω φασμάτων ακτίνων Χ.



Τάση : 5 KV   Τάση : 10 KV   Τάση : 30KV

ΙΙΙ) Μια διάταξη παραγωγής ακτίνων Χ έχει άνοδο από μολυβδαίνιο ($_{42}$Mo), ενώ μια άλλη, από βολφράμιο ($_{74}$W).



Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται το φάσμα των ακτίνων Χ, που παράγονται από τις δύο διατάξεις, όταν η επιταχύνουσα (ανοδική) τάση ($V_α$) είναι κοινή.

α) Να εξηγήσετε, με αναφορά στο μηχανισμό παραγωγής των ακτίνων Χ, γιατί το ελάχιστο μήκος κύματος ($λ_{min}$) είναι κοινό και στις δύο διατάξεις.

β) Χρησιμοποιώντας δεδομένα από το διάγραμμα, να υπολογίσετε την επιταχύνουσα (ανοδική) τάση (V_α) των διατάξεων.

γ) Το διάγραμμα δείχνει ότι χαρακτηριστικές κορυφές K_α και K_β του γραμμικού φάσματος ,εμφανίζονται για το μολυβδαίνιο, αλλά όχι για το βολφράμιο.

Να εξηγήσετε γιατί το χαρακτηριστικό – γραμμικό φάσμα του βολφραμίου εμφανίζεται μόνο όταν η επιταχύνουσα (ανοδική) τάση (V_α) της αντίστοιχης διάταξης είναι μεγαλύτερη, από την απαραίτητη επιταχύνουσα (ανοδική) τάση (V_α), για την εμφάνιση του χαρακτηριστικού – γραμμικού φάσματος του μολυβδαινίου στην αντίστοιχη διάταξη.

Δίνονται: Ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3{,}0\cdot 10^8$ m/s
Σταθερά του Planck $h = 6{,}6\cdot 10^{-34}$ J·s
Φορτίο του ηλεκτρονίου $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C (απόλυτη τιμή)

Προτεινόμενη Λύση :

I) Για κάθε τιμή ενέργειας της δέσμης των ηλεκτρονίων, το ελάχιστο μήκος κύματος αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της ενέργειας των παραγόμενων φωτονίων και δίνεται από τη σχέση: $K_{\eta\lambda} = hf_{\max} \Rightarrow eV = h\dfrac{c}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \lambda_{min} = \dfrac{hc}{eV_\alpha}$

Η αύξηση της ανοδικής τάσης έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του ελάχιστου μήκους κύματος, γεγονός που φαίνεται στο διάγραμμα.

II) Οι κορυφές που εμφανίζονται στα φάσματα δημιουργούνται από το γραμμικό φάσμα των ακτίνων Χ του μετάλλου της ανόδου, δηλαδή είναι φωτόνια που προκύπτουν κατά την αποδιέγερση των ατόμων του υλικού της ανόδου και αντιστοιχούν στην διαφορά ενεργειακών σταθμών των ηλεκτρονίων στα άτομα του μετάλλου.

Από τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι σε όλα εμφανίζεται η μια κοινή κορυφή κοντά στα 2 KeV, ενώ οι επόμενες γραμμές εμφανίζονται μόνο στο διάγραμμα των 30 KeV και αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες ενέργειες των φωτονίων.

III α) Το φάσμα των ακτίνων Χ είναι σύνθετο, αποτελείται δηλαδή από ένα συνεχές φάσμα, στο οποίο εμφανίζονται 'γραμμές', όπως σε γραμμικό φάσμα. Αυτή η μορφή των φασμάτων των υλικών οφείλεται σε δυο διαφορετικούς μηχανισμούς παραγωγής και εκπομπής ακτίνων Χ. Το συνεχές φάσμα που βλέπουμε στην εικόνα οφείλεται στο ότι τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται αλληλεπιδρούν με τα άτομα του στόχου, χάνοντας έτσι μέρος της κινητικής τους ενέργειας, η οποία ακτινοβολείται με τη μορφή φωτονίου.

Το ελάχιστο μήκος κύματος, λοιπόν, θα εμφανίζεται όταν το εκπεμπόμενο φωτόνιο έχει τη μέγιστη δυνατή ενέργεια, δηλαδή όταν το ηλεκτρόνιο προσφέρει όλη την ενέργεια του σε μια μόνο αλληλεπίδραση. Τότε έχουμε $\lambda_{min} = \dfrac{hc}{eV_\alpha}$

Άρα για την κοινή ανοδική τάση περιμένουμε κοινό ελάχιστο μήκος κύματος, εφόσον η τιμή του είναι ανεξάρτητη από το υλικό της ανόδου.

β) Έχουμε: $\lambda_{min} = \dfrac{hc}{eV_\alpha} \Rightarrow V_\alpha = \dfrac{hc}{e\lambda_{min}} \Rightarrow V_\alpha = 2.5\cdot 10^4\, volt$

γ) Για να εμφανιστεί το γραμμικό φάσμα των ακτίνων Χ ενός στοιχείου πρέπει να διεγερθεί ένα ηλεκτρόνιο των εσωτερικών φλοιών. Η ενέργεια όμως που απαιτείται για τη διέγερση ενός ηλεκτρονίου εξαρτάται από την ολική του ενέργεια. Αυξανομένου του ατομικού αριθμού Ζ περιμένουμε η δυναμική ενέργεια σε απόλυτη τιμή του ηλεκτρονίου, που οφείλεται στο πεδίο του πυρήνα και άρα η ολική του ενέργεια, να αυξάνεται σε απόλυτη τιμή οπότε να απαιτείται μεγαλύτερη επιταχύνουσα τάση για να επιτευχθεί διέγερση. Εφόσον το βολφράμιο έχει μεγαλύτερο ατομικό αριθμό από το μολυβδαίνιο, θα απαιτεί και μεγαλύτερη τάση για να εμφανίζεται το γραμμικό φάσμα του.

Β. Σύμφωνα με το μοντέλο του De Broglie το ηλεκτρόνιο στο άτομο του υδρογόνου παριστάνεται με ένα στάσιμο κύμα (που περιλαμβάνει ακέραιο αριθμό «κυμάτων») που αναπτύσσεται κατά μήκος ενός κυκλικού βρόχου ακτίνας r.

Ι. Δείξτε ότι το μήκος κύματος λ αυτών των κυμάτων είναι κβαντισμένο μέγεθος (λαμβάνει μόνο διακριτές τιμές)

ΙΙ. Αν το λ συνδέεται με την ορμή του ηλεκτρονίου μέσω της σχέσης $\lambda=\dfrac{h}{m\upsilon}$ (υπόθεση De Broglie) να εξάγετε από αυτό το μοντέλο την συνθήκη του Bohr για τη στροφορμή του ηλεκτρονίου.

Προτεινόμενη Λύση :

Ι. Αφού θα έχουμε ακέραιο αριθμό κυμάτων κατά μήκος του κυκλικού βρόχου, ακτίνας R, θα ισχύει $2\pi R= n\lambda$, όπου n =1, 2 … . άρα το $\lambda=\dfrac{2\pi R}{n}$, όποτε το μήκος κύματος είναι κβαντισμένο.

ΙΙ. Στη σχέση $\lambda=\dfrac{h}{m\upsilon}$ όπου λ θέτω $\dfrac{2\pi R}{n}$ και θα έχω $\dfrac{2\pi R}{n}=\dfrac{h}{m\upsilon}$ => $m\upsilon R=\dfrac{nh}{2\pi}$

Γ. Στα διαστημικά οχήματα που κινούνται σε τροχιά για να μετρήσουν οι αστροναύτες τη μάζα τους όταν βρίσκονται σε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας χρησιμοποιούνται συσκευές μέτρησης μάζας (Body Mass Measuring Device - BMMD). Μια τέτοια συσκευή αποτελείται από μια ειδική καρέκλα η οποία είναι προσαρτημένη στο σκάφος με ελατήρια. Ο αστροναύτης μπορεί να μετράει την περίοδο των ταλαντώσεων αυτού του συστήματος. Η συνολική σταθερά των ελατηρίων μιας συσκευής είναι k = 685,0 N/m. Αν η περίοδος των ταλαντώσεων του συστήματος χωρίς τον αστροναύτη ήταν 0,7536 s και με τον αστροναύτη 2,050 s να υπολογίσετε τη μάζα του αστροναύτη.

Προτεινόμενη Λύση:

Η περίοδος της ταλάντωσης του συστήματος δίνεται από την σχέση $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}\Rightarrow m=\dfrac{T^2k}{4\pi^2}$. Από τη σχέση αυτή μπορούμε να υπολογίσουμε την μάζα του συστήματος χωρίς τον αστροναύτη και τη μάζα του συστήματος με τον αστροναύτη. Οπότε, από την αφαίρεση των δύο τιμών υπολογίζουμε την μάζα του αστροναύτη

Μετά από πράξεις έχουμε $m_{συστ}$ = 9,854 Kg, $m_{ολική}$ = 72,92 Kg, $m_{αστρον.}$ = 63,07 Kg.

Θέμα 2ο

Στρίβουμε ένα νόμισμα στον αέρα. Το νόμισμα έχει μάζα m και διάμετρο L. Τη στιγμή που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω είναι οριζόντιο, το ένα άκρο Α μιας διαμέτρου του ΑΓ έχει μηδενική ταχύτητα και περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στην ΑΓ που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

Α. Αν το κέντρο μάζας του νομίσματος κινηθεί κατακόρυφα και φθάσει σε ύψος h, να βρείτε:

α) τον αριθμό των περιστροφών που θα εκτελέσει το νόμισμα μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του νομίσματος θα ξαναπεράσει από το σημείο εκτόξευσης.

β) την ενέργεια που δώσαμε στο νόμισμα γι' αυτή τη ρίψη.

Β. Αν για την καταγραφή της κίνησης του νομίσματος, χρησιμοποιήσουμε φωτογραφική μηχανή με δυνατότητα ρύθμισης της συχνότητας λήψης των διαδοχικών φωτογραφιών, ποια θα έπρεπε να είναι η ελάχιστη συχνότητα λήψης, ώστε να μπορέσουμε να καταγράψουμε όλες τις περιστροφές που εκτελεί το νόμισμα; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνονται: η ροπή αδρανείας νομίσματος ως προς τον άξονα περιστροφής του, $I = \frac{1}{4}mR^2$, και τα m, g, L, h.

Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται.

Προτεινόμενη Λύση :

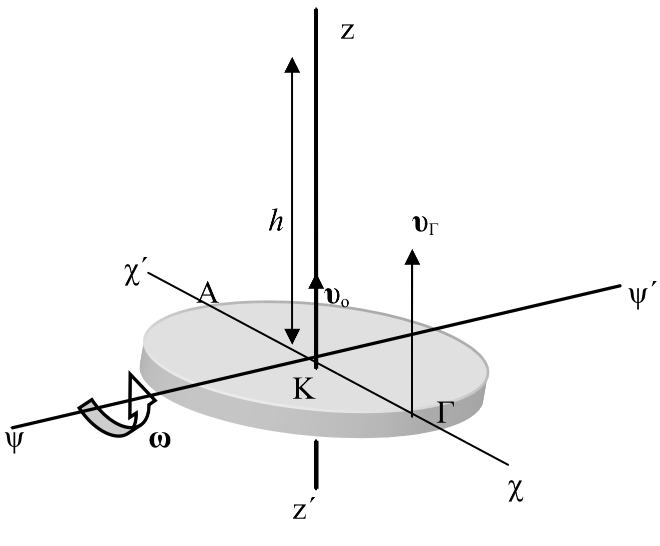
Α. α) Το νόμισμα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα ψψ΄. Αν υ_o η ταχύτητα του σημείου Κ, τότε: $\upsilon_\Gamma = \upsilon_{\Gamma,\pi\varepsilon\rho} + \upsilon_{\Gamma,\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi} = \omega \cdot \frac{L}{2} + \upsilon_0$

(Το νόμισμα κάνει σύνθετη κίνηση: Μεταφορική και περιστροφική)

Επειδή $\upsilon_A = \upsilon_0 - \omega \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \upsilon_0 = \omega \cdot \frac{L}{2}$ (1)

άρα: $\upsilon_\Gamma = 2\upsilon_K = 2\upsilon_o$

Από την κατακόρυφη κίνηση του κέντρου μάζας, έχουμε: $h = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2g} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{2gh}$ (2)



Από (1),(2) έχουμε:

$$\omega = \frac{2\upsilon_0}{L} = \frac{2\sqrt{2gh}}{L} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi \cdot L}{\sqrt{2gh}} \quad (3)$$

ω=σταθ γιατί $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi(K)}=0$ και I=σταθ.

Ο ολικός χρόνος κίνησης μέχρι να επιστρέψει το νόμισμα είναι: $t_{o\lambda} = \frac{2\upsilon_0}{g}$

Αν Ν ο αριθμός στροφών τότε $t_{o\lambda} = N \cdot T$ άρα

$$N=\frac{t_{ολ}}{T}=\frac{2υ_0}{g}\cdot\frac{\sqrt{2g\cdot h}}{π\cdot L}\xrightarrow{(2)}N=\frac{2\left(\sqrt{2g\cdot h}\right)^2}{g\cdot π\cdot L}\Rightarrow N=\frac{4\cdot h}{π\cdot L}$$

Η ενέργεια που δώσαμε είναι το άθροισμα της κινητικής ενέργειας λόγω μεταφοράς και της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής:

$$E_{ολ}=K_{μετ}+K_{περ}=\frac{1}{2}m\cdot υ_0{}^2+\frac{1}{2}I\cdot ω^2=\frac{1}{2}m\cdot 2gh+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{16}mL^2\cdot\frac{4\cdot 2gh}{L^2}=mgh+\frac{1}{4}mgh=\frac{5}{4}mgh$$

Β. Για να μπορέσουμε να καταγράψουμε όλες τις περιστροφές του νομίσματος η ελάχιστη συχνότητα λήψης των φωτογραφιών, πρέπει να είναι ίση με τη συχνότητα περιστροφής του νομίσματος, ώστε να εξασφαλίσουμε ότι ο παρατηρητής θα μπορέσει να διακρίνει τις περιστροφές μεταξύ τους.

Από τη σχέση: $ω=\frac{2υ_0}{L}=\frac{2\sqrt{2gh}}{L}\Rightarrow f=\frac{ω}{2π}=\frac{\sqrt{2gh}}{π\cdot L}$.

Θέμα 3^{ο}

Α. Ένα νετρόνιο μάζας m συγκρούεται ελαστικά με έναν πυρήνα μάζας Μ, που είναι αρχικά ακίνητος.

α) Δείξτε ότι η μέγιστη απώλεια κινητικής ενέργειας του νετρονίου αντιστοιχεί σε μετωπική κρούση.

β) Αν η αρχική κινητική ενέργεια του νετρονίου είναι K_0, υπολογίστε αυτή την απώλεια.

Προτεινόμενη Λύση :

Αφού η κρούση είναι ελαστική εφαρμόζουμε την σχέση διατήρησης της κινητικής ενέργειας:

$$\frac{1}{2}mυ^2=\frac{1}{2}mυ_1^2+\frac{1}{2}Mυ_2^2\ (1)\quad \text{και}\quad \left|ΔE_K\right|=\frac{1}{2}mυ^2-\frac{1}{2}mυ_1^2\ (2)$$

$$\text{από τις (1) και (2)}\ \Rightarrow\left|ΔE_K\right|=\frac{1}{2}Mυ_2^2\ (3)$$

Από την νόμο διατήρησης της ορμής :

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P_1'}+\boldsymbol{P_2'}\Rightarrow P^2=P_1'^2+P_2'^2+2P_1'P_2'συνφ\Rightarrow m^2υ^2=m^2υ_1'^2+M^2υ_2'^2+2mMυ_1'υ_2'συνφ\quad (4)$$

Από την (1)$\Rightarrow$ $υ_1'^2=υ^2-\frac{M}{m}υ_2'^2$ (5)

Από την (4)$\xrightarrow{(5)}$ $m^2υ^2=m^2υ^2-m\cdot M\cdot υ_2'^2+M^2υ_2'^2+2\cdot m\cdot M\cdot υ_2'\sqrt{υ^2-\frac{M}{m}υ_2'^2}συνφ$ ή

$$0=(M-m)\cdot υ_2'+2\cdot m\sqrt{υ^2-\frac{M}{m}υ_2'^2}συνφ\Rightarrow (M-m)^2\cdot υ_2'^2=4\cdot m^2\cdot\left(υ^2-\frac{M}{m}\cdot υ_2'^2\right)\cdot συν^2φ\Rightarrow$$

$$\Rightarrow (M-m)^2\cdot υ_2'^2=4\cdot m^2\cdot υ^2\cdot συν^2φ-4\cdot m\cdot M\cdot υ_2'^2\cdot συν^2φ\Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ_2'^2\left(M^2+m^2-2mM+4mMσυν^2φ\right)=4m^2\cdot υ^2\cdot συν^2φ$$

οπότε: $υ_2'^2=\frac{4m^2υ^2\cdot συν^2φ}{M^2+m^2-2mM+4mMσυν^2φ}$ ή $υ_2'^2=\frac{4m^2υ^2}{\frac{M^2+m^2-2Mm}{συν^2φ}+4mM}$

και επειδή: $\frac{1}{2}mu^2 = K_0$, τελικά $u_2'^2 = \dfrac{8m\cdot K_0}{\dfrac{M^2+m^2-2mM}{\sigma\upsilon\nu^2\varphi}+4mM}$ (6)

Από (3) $\xrightarrow{(6)} \left|\Delta E_K\right| = \dfrac{4mMK_0}{\dfrac{M^2+m^2-2mM}{\sigma\upsilon\nu^2\varphi}+4mM}$ (7)

Από την (7), $\left|\Delta E_K\right| = max$ για φ=0^o ή 180^o $\Rightarrow \left|\Delta E_{K,max}\right| = \dfrac{4nMK_0}{(M+m)^2}$ (μετωπική κρούση)

Β. Πόσα χρόνια θα μας φωτίζει ακόμα ο ήλιος

Υποθέστε ότι η ενέργεια της ηλιακής ακτινοβολίας προέρχεται από το σχηματισμό του Ηλίου ${}^4_2\text{He}$ από το Υδρογόνο ${}^1_1\text{H}$ σύμφωνα με την παρακάτω σειρά αντιδράσεων:

$${}^{12}_{6}\text{C} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{13}_{7}\text{N} \rightarrow {}^{13}_{6}\text{C} + {}^{0}_{1}\text{e}$$

$${}^{13}_{6}\text{C} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{14}_{7}\text{N}$$

$${}^{14}_{7}\text{N} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{15}_{8}\text{O} \rightarrow {}^{15}_{7}\text{N} + {}^{0}_{1}\text{e}$$

$${}^{15}_{7}\text{N} + {}^{1}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{12}_{6}\text{C} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

α)Βρείτε πόσοι τόνοι υδρογόνου μετατρέπονται ανά δευτερόλεπτο σε ήλιο. Δίνεται η τιμή της ηλιακής σταθεράς 1,96 cal/cm^{2}min, η οποία εκφράζει τη μέση ενέργεια ανά μονάδα επιφάνειας στη μονάδα του χρόνου που φθάνει από τον Ήλιο στη γήινη ατμόσφαιρα.

β) Επίσης υποθέστε ότι το υδρογόνο αποτελεί το 35% της μάζας του Ήλιου, και υπολογίστε σε πόσα χρόνια αυτό το υδρογόνο θα τελειώσει, εάν η ακτινοβολία του Ήλιου παραμείνει σταθερή.

Δίνονται:

Οι ατομικές μάζες: $m_{{}^1_1\text{H}}$= 1,00783 u, $m_{{}^4_2\text{He}}$ = 4,00260 u και m_e = 5,486·10^{-4} u

1 u =1,66055 x 10^{-27} Kg

Η ταχύτητα του φωτός c = 3,0·10^8 m/s

Μέση απόσταση Γης – Ήλιου: 1,5 · 10^{11} m

Μάζα του Ήλιου: M_H=2,0· 10^{30} Kg

1 cal= 4,2 J

Προτεινόμενη Λύση :

Σαν αποτέλεσμα αυτού του κύκλου, τέσσερις πυρήνες υδρογόνου μετατρέπονται σε ένα πυρήνα ηλίου (ο άνθρακας παίζει το ρόλο καταλύτη, και μπορεί να χρησιμοποιείται εκ νέου). Η αντίδραση γράφεται: $4{}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + 2{}^0_1\text{e}$

Η ενέργεια που εκλύεται από αυτή είναι: $E = \Delta m\cdot c^2$ ή

E = [4 $m_{{}^1_1\text{H}}$–4m_e–($m_{{}^4_2\text{He}}$–2m_e)–2m$_e$] · c^2 = 0,0265256·1,66055·10^{-27} kg· (3·108)^2 m^2/s^2

δηλαδή: $E=3{,}9\cdot 10^{-12}\ J$

Με βάση την ηλιακή σταθερά και την απόσταση Γης - Ήλιου μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνολική ενέργεια που ακτινοβολείται από τον Ήλιο ανά δευτερόλεπτο. Αυτή θα είναι ίση με το γινόμενο της ηλιακής σταθεράς ανά δευτερόλεπτο επί το εμβαδόν σφαίρας με ακτίνα τη μέση απόσταση Γης - Ήλιου.

$$E_1=\frac{1{,}96\cdot 4{,}2}{10^{-4}\cdot 60}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2 s}}\cdot 4\pi(1{,}5\cdot 10^{11})^2\mathrm{m}^2 \quad \text{από την οποία } E_1=3{,}8\cdot 10^{26}\ \text{(j/s)}$$

Η μετατροπή τεσσάρων ατόμων υδρογόνου απελευθερώνει ενέργεια: $E=3{,}9\cdot 10^{-12}$ J

Η μάζα του υδρογόνου που απελευθερώνει την ενέργεια που ακτινοβολείται από τον ήλιο ανά δευτερόλεπτο θα είναι:

$$M=\frac{4m_{{}^1_1\mathrm{H}}\cdot E_1}{E}=\frac{4\cdot 1{,}00783\cdot 1{,}66055\cdot 10^{-27}\cdot 3{,}8\cdot 10^{26}}{3{,}9\cdot 10^{-12}}\mathrm{kg} \Rightarrow M=6{,}52\cdot 10^{11}\ \mathrm{kg}$$

Η μάζα του Ήλιου είναι M_H ενώ η του υδρογόνου στον Ήλιο θα είναι το 35% της συνολικής μάζας του Ήλιου: $0{,}35M_H=2\cdot 10^{30}\cdot 0{,}35\,\mathrm{kg}=7\cdot 10^{29}\,\mathrm{kg}$

Διαιρώντας τη μάζα αυτή με τη μάζα M του υδρογόνου που καταναλώνεται ανά δευτερόλεπτο βρίσκουμε το χρονικό διάστημα (σε δευτερόλεπτα) στο οποίο θα τελειώσει το υδρογόνο στον Ήλιο.

Αν μετατρέψουμε τα δευτερόλεπτα σε έτη, (γνωρίζουμε 1 έτος είναι $365\cdot 24\cdot 3600$ s), βρίσκουμε τελικά περίπου: $3{,}4\cdot 10^{10}$ έτη.

Πειραματικό Μέρος

Διαθέτετε πηνίο με πυρήνα, πυκνωτή, διακόπτη δύο θέσεων, πηγή σταθερής τάσης και καλώδια. Η τιμή της χωρητικότητας του πυκνωτή, σύμφωνα με τα στοιχεία του κατασκευαστή, είναι C=2mF. Οι μετρήσεις ρεύματος και τάσης γίνονται με αισθητήρες[1] συνδεδεμένους με ηλεκτρονικό υπολογιστή.

1. Σχεδιάστε διάταξη, με την οποία μπορείτε να μελετήσετε την ελεύθερη ταλάντωση του κυκλώματος πηνίου – πυκνωτή.
2. Οι πειραματικές καμπύλες τάσης πυκνωτή – χρόνου και ρεύματος – χρόνου, του κυκλώματος, που απεικονίζονται στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή, δίνονται στο παρακάτω γράφημα. Με βάση τις καμπύλες αυτές υπολογίστε τα ακόλουθα φυσικά μεγέθη: α) Την τάση της πηγής. β) Την περίοδο, τη συχνότητα και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης. γ) Το συντελεστή απόσβεσης (λ) του κυκλώματος. δ) Το συντελεστή αυτεπαγωγής του κυκλώματος. ε) Την ωμική αντίσταση του κυκλώματος.
   Δίνονται οι σχέσεις:

[1] Με τον όρο αισθητήρες εννοούμε συσκευές ή διατάξεις με τις οποίες ο Η/Υ "αισθάνεται" ή μετρά φυσικές ποσότητες του περιβάλλοντος, όπως θερμοκρασία, ένταση φωτός, ένταση ηλεκτρικού ρεύματος πίεση, απόσταση κλπ. Για παράδειγμα, διασυνδεόμενος με μια φωτοαντίσταση (ηλεκτρική αντίσταση της οποίας η τιμή εξαρτάται από την ένταση του φωτός που προσπίπτει πάνω της) και μετρώντας την τιμή της, είναι δυνατό να υπολογίσει την ένταση του φωτός, αν είναι γνωστή η σχέση της έντασης του φωτός με την τιμή της ηλεκτρικής αντίστασης,

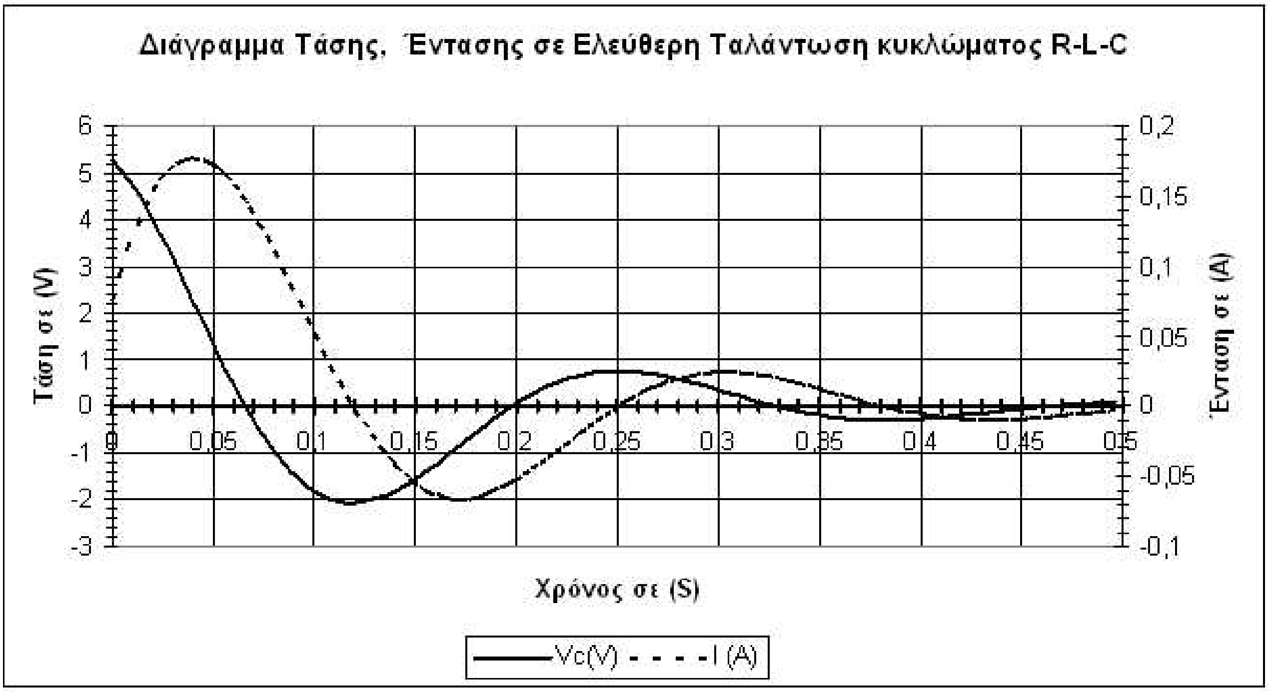
$$V_C = q/C = V_0 e^{-\lambda t} \sigma\upsilon\nu(\omega_0 t) \quad (1)$$

$$I = -\frac{dq}{dt} = q_0 \omega_0 e^{-\lambda t} \eta\mu(\omega_0 t + \theta) \quad (2)$$

όπου: $\lambda = \dfrac{R}{2L}$ (3) , $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \left(\dfrac{R}{2L}\right)^2}$ (4), $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{\lambda}{\omega_0}$ (5)

και V_0 η αρχική τάση του πυκνωτή, $V_0=V(0)=q_0/C$.

Γωνία (θ) σε rad	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
Εφθ	0,00	0,10	0,20	0,31	0,42	0,55	0,68	0,84
Γωνία (θ) σε rad	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Εφθ	1,03	1,26	1,56	1,96	2,57	3,60	5,80	14,10



Προτεινόμενη Λύση :

2. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η τάση στα άκρα του πυκνωτή υπολογίζεται γραφικά από το διάγραμμα και βρίσκεται ίση με $V_0 = V(0) = q_0/C = 5{,}3$ V. Όπως προκύπτει από το κύκλωμα αυτή η τιμή αντιπροσωπεύει και την τάση της πηγής.

Αφού δίνεται ότι $C = 2$ mF υπολογίζω το $q_0 = 10{,}6 \cdot 10^{-3}$ C

Ισχύει επίσης ότι $V_c = V_0\, e^{-\lambda t}\, \sigma\upsilon\nu(\omega_0 t) = V_0 e^{-\lambda t}\, \eta\mu(\omega_0 t + \pi/2)$ (σχ. 1)

Όμοια δίνεται ότι $i = q_0 \omega_0 e^{-\lambda t}\, \eta\mu(\omega_0 t + \theta)$ (σχ. 2)

Από το διάγραμμα αν μετρήσω τη χρονική διάρκεια που μεσολαβεί από το σημείο 0,20 (σημείο που η τάση μηδενίζεται) έως το σημείο 0,46 (σημείο που η τάση μηδενίζεται για δεύτερη φορά) προκύπτει εύκολα ότι η περίοδος $T = 0{,}26$ sec. (σχ. 3). Από τις σχέσεις:

$\omega_0 = 2\pi f$ και $f = 1/T$ προκύπτει η τιμή του $\omega_0 = 7{,}7\pi = 24{,}2$ rad/s (σχ.4)

Από το διάγραμμα επιλέγω τα σημεία μηδενισμού της τάσης (0,20 s) και της έντασης (0,25 s) προκύπτει ότι: Δt = 0,05 s. Όμως ξέρω ότι $\Delta\varphi = \omega_0 \Delta t$ από τις σχέσεις 1 και 2 προκύπτει ότι $\Delta\varphi = \omega_0 t + \pi/2 - \omega_0 t - \theta = \pi/2 - \theta$.

Αφού έχω υπολογίσει τα: ω_0 και Δt προκύπτει ότι $\theta = 0{,}115\pi = 0{,}36$ rad

Από τον πίνακα που δίνεται (κατά προσέγγιση) έχω ότι εφθ = 0,36 και κατόπιν από τη σχέση εφ$\theta = \lambda/\omega_0$ βρίσκω το λ = 9,1 sec^{-1}. Στη συνέχεια από την επίλυση του συστήματος που προκύπτει από τις εξισώσεις (3) και (4) που δίνονται υπολογίζω τα R = 13,6 Ω και L= 0,75 H.

Εναλλακτικά θα μπορούσαμε από το διάγραμμα να υπολογίσουμε το ημθ θέτοντας για t = 0, i= *0,08* A και από την σχέση $i = q_0\omega_0\, e^{-\lambda t}\, \eta\mu(\omega_0 t + \theta)$ *προκύπτει ότι* $\eta\mu\,\theta = \frac{i}{q_o\omega_o} = 0{,}31$ γνωρίζουμε ότι: $\eta\mu^2\theta = 1 + \frac{1}{\varepsilon\varphi^2\theta} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \sqrt{\frac{\eta\mu^2\theta}{1-\eta\mu^2\theta}}$ => εφθ = 0,33

Από τη σχέση $\varepsilon\varphi\theta = \lambda/\omega_0$ βρίσκω το $\lambda = 8{,}00$ sec^{-1}. Στη συνέχεια από την επίλυση του συστήματος που προκύπτει από τις εξισώσεις (3) και (4) που δίνονται υπολογίζω τα R= *12,4* Ω και L= *0,77* H.