

Ευκλείδης Α Λυκείου 1995-1996

1. Η εξίσωση $(E): κ(x-2)+3λ=5x+2$ αληθεύει για κάθε πραγματικό x .

Να δειχτεί ότι η εξίσωση $(E'): κ(λ-4)x+2λ=κ$ είναι αδύνατη.

2. Να προσδιορίσετε όλα τα ζευγάρια ακεραίων x, y που ικανοποιούν την εξίσωση $(E): x^2=y^2+2y+9$.

3. Έστω M σημείο στη πλευρά AB ορθογωνίου $ABΓΔ$. Ισχύουν:

1) $AM=5,1\text{cm}$, και $AM>MB$.

2) Η περίμετρος του $ABΓΔ$ είναι $47,6\text{cm}$.

3) Το άθροισμα των περιμέτρων του τετραπλεύρου $AMΓΔ$ και του τριγώνου $MBΓ$ είναι $74,79\text{cm}$.

Να εξετάσετε αν όλα τα παραπάνω είναι αληθινά.

4. Σε μια σκακιέρα 6×6 θέλουμε να τοποθετήσουμε πιόνια, ώστε:

δύο πιόνια να μη βρίσκονται σε γειτονικά τετραγωνάκια (δηλ. τετραγωνάκια με κοινή πλευρά), και επιπλέον σε κάθε τετραγωνάκι είτε να υπάρχει πιόνι είτε να είναι γειτονικό με ένα τετραγωνάκι με πιόνι.

Να προσδιορίσετε τον ελάχιστο και τον μέγιστο αριθμό από πιόνια που μπορούμε να τοποθετήσουμε στη σκακιέρα, ώστε να ισχύουν οι παραπάνω προϋποθέσεις.