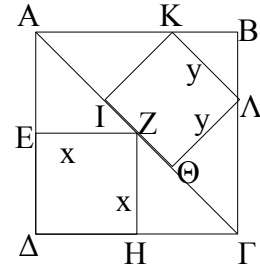


Ευκλείδης Γ' Γυμνασίου 1999-2000

1. Στο σχήμα τα τετράπλευρα $ΑΒΓΔ$, $ΔΕΖΗ$ και $ΘΙΚΛ$ είναι τετράγωνα.

Να υπολογιστεί ο λόγος των εμβαδών $\frac{(ΔΕΖΗ)}{(ΘΙΚΛ)}$.



2. Δίνεται η παράσταση $P(x) = (α + β)^2 x^2 - 4(α + β)x + γ^2 + 4$, όπου οι αριθμοί $α, β, γ$ είναι ακέραιοι, με $α > 0$, $β > 0$ και $γ ≥ 0$.

Η παράσταση αυτή παίρνει την τιμή 0 για $x=1$.

Να βρεθούν οι αριθμοί $α, β$ και $γ$.

3. α) Να αποδείξετε ότι, αν το τετράγωνο ενός θετικού ακεραίου αριθμού είναι άρτιος, τότε και ο αριθμός είναι άρτιος.

β) Ο ακέραιος αριθμός $α$ δεν διαιρείται με το 5 και ο αριθμός $A = α^2 + 2α + 3$ είναι άρτιος.

Να βρεθεί το ψηφίο των μονάδων του $α$.

4. α) Αν $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ με $xy \neq 0$, να δειχτεί ότι $y \neq 3$ και $x = 3 + \frac{9}{y-3}$.

β) Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι x, y για τους οποίους ισχύει: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$.