

Ευκλείδης Β' Γυμνασίου 2000-2001

1. Το έτος 2001 έχει την εξής ιδιότητα:

Είναι τετραψήφιος αριθμός και αν διπλασιάσουμε το ψηφίο των μονάδων παίρνουμε το ψηφίο των χιλιάδων.

Να βρεθεί το πλήθος όλων των τετραψήφιων αριθμών που έχουν την παραπάνω ιδιότητα.

2. Αν για κάθε θετικό ακέραιο αριθμό n ισχύει η ισότητα $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2000 \cdot 2001}$.

3. Αν ο αριθμός n είναι θετικός ακέραιος, ναδειχτεί ότι ο αριθμός

$$A = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{n}}}$$

δεν είναι ποτέ ακέραιος.

4. Στο σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο και το τμήμα $ΚΛ$ το χωρίζει σε δύο τετράπλευρα που έχουν ίσα εμβαδά.

Αν είναι $B\Gamma = a$, $\Gamma\Delta = \beta$, $BΚ = x$ και $\Lambda\Delta = y$, ναδειχτεί ότι:

1) $x = y$.

2) Τα τρίγωνα $ΒΟΚ$ και $\Lambda Ο\Delta$ έχουν ίσα εμβαδά (O το κέντρο του).

3) Τα τετράπλευρα $ΑΒΟΛ$ και $\Gamma\Delta ΟΚ$ έχουν ίσα εμβαδά.

