



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
79<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
19 Ιανουαρίου 2019

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Να λύσετε στους πραγματικούς αριθμούς την εξίσωση:

$$\left| |x+8| - 3x \right| = \frac{x+7}{6}.$$

**Πρόβλημα 2**

Αν οι μη μηδενικοί πραγματικοί αριθμοί  $x, y, z$  ικανοποιούν τις ισότητες

$$x + 2y = y + 3z = z + 5x,$$

να βρείτε:

(α) Την τιμή των λόγων  $\frac{x}{y}$  και  $\frac{z}{y}$ .

(β) Τις τιμές των  $x, y, z$  για τις οποίες η παράσταση  $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 144$  παίρνει την ελάχιστη τιμή της.

**Πρόβλημα 3**

Να προσδιορίσετε όλα τα ζεύγη  $(x, y)$  που είναι λύσεις της εξίσωσης

$$x^2 + 6x \cdot \sigma\upsilon\nu(xy) + 9 = 0$$

και ανήκουν στο ορθογώνιο  $D = \left\{ (x, y) : -\pi \leq x \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}$  του Καρτεσιανού επιπέδου  $Oxy$ .

**Πρόβλημα 4**

Έστω  $AB\Gamma\Delta$  τετράπλευρο εγγεγραμμένο σε κύκλο  $C_1(O, R)$  τέτοιο ώστε  $\hat{B} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ . Έστω  $H$  το ορθόκεντρο του τριγώνου  $AB\Delta$ . Ο κύκλος  $C_2(A, AH)$  κέντρου  $A$  και ακτίνας  $AH$  τέμνει τον κύκλο  $C_1(O, R)$  στα σημεία  $I$  και  $K$ . Να αποδείξετε ότι:  $\Gamma I = \Gamma K = B\Delta$ .

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*