

1. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ προεκτείνουμε την πλευρά $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$.

Αν η $A\Gamma$ τέμνει τη BE στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι η ΔZ περνάει από το μέσον της $B\Gamma$.

2. Να προσδιορίσετε όλους τους διψήφιους αριθμούς που είναι ίσοι με το γινόμενο που προκύπτει αν πολλαπλασιάσουμε τα ψηφία τους αυξημένα κατά 2.

3. Αν η εξίσωση $ax^2 - 4bx + 4\gamma = 0$, $a > 0$ έχει δυο ρίζες στο διάστημα $[2,3]$, να αποδείξετε ότι:

α) $a \leq \beta \leq \gamma < a + \beta$

β) $\frac{a}{a+\gamma} + \frac{\beta}{\beta+a} > \frac{\gamma}{\gamma+\beta}$

4. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Τα σημεία E, Z κινούνται πάνω στις πλευρές $B\Gamma, \Gamma\Delta$, αντίστοιχα, έτσι ώστε $\angle EAZ = 45^\circ$. Οι AE και AZ τέμνουν τη $B\Delta$ στα σημεία K και Λ , αντίστοιχα. Οι $E\Lambda$ και ZK τέμνονται στο H και η AH τέμνει τη ZE στο M .

Να αποδείξετε ότι:

α) Η ευθεία AM είναι κάθετη προς τη ZE .

β) Η γωνία $BM\Delta$ είναι σταθερή, δηλαδή είναι ανεξάρτητη της θέσης των E, Z πάνω στις πλευρές $B\Gamma, \Gamma\Delta$ αντίστοιχα.