



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
75<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
1 Νοεμβρίου 2014

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Να βρείτε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A = \frac{2015^3 + 2013^3}{2014^2 + 4029^2} + \frac{2016^3 + 2012^3 - 18 \cdot 2014}{2014^2 + 4027^2} - \frac{4 \cdot 2014 \cdot (2014^2 + 3)(5 \cdot 2014^2 + 1)}{(5 \cdot 2014^2 + 1)^2 - (4 \cdot 2014)^2}$$

**Πρόβλημα 2**

Ένα βιβλίο μαθηματικών κυκλοφορεί σε 2 τόμους Α και Β. 100 αντίτυπα του τόμου Α και 120 αντίτυπα του τόμου Β κοστίζουν συνολικά 4000 ευρώ. Ένα βιβλιοπωλείο πούλησε 50 αντίτυπα του τόμου Α με έκπτωση 10% και 60 αντίτυπα του τόμου Β με έκπτωση 20% και εισέπραξε συνολικά 1680 ευρώ. Να προσδιορίσετε την τιμή πώλησης του ενός βιβλίου από κάθε τόμο.

**Πρόβλημα 3**

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = (x^2 + y^2 + xy)^2 \quad \text{και} \quad B = 2 \left[ (x^2 + y^2 + 2xy)^2 + x^4 + y^4 \right],$$

όπου  $x, y$  είναι ρητοί.

(α) Να γράψετε την παράσταση Α ως πολυώνυμο των μεταβλητών  $x, y$  διατεταγμένο ως προς τις φθίνουσες δυνάμεις του  $x$ .

(β) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός  $\sqrt{B}$  είναι ρητός, για οποιαδήποτε τιμή των ρητών αριθμών  $x, y$ .

**Πρόβλημα 4**

Θεωρούμε τετράπλευρο  $ABCD$  με τη γωνία  $\hat{A} = 100^\circ$  και  $\hat{D} = 40^\circ$ . Αν  $DB$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{CDA}$  και  $DB = DC$ , να υπολογισθεί το μέτρο της γωνίας  $\hat{CAB}$ .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!