

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
77^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
12 Νοεμβρίου 2016

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Στο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy θεωρούμε την παραβολή με εξίσωση $y = x^2$ και τα σημεία της A, B και Γ με τετμημένες α, β και γ , αντίστοιχα, έτσι ώστε $\alpha - \beta = \beta - \gamma = \omega > 0$. Να εκφράσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ ως συνάρτηση του ω .

Πρόβλημα 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 45^\circ$. Στο ύψος $A\Delta$ θεωρούμε σημείο K ώστε $\Delta B = \Delta\Gamma = \Delta K$. Οι προεκτάσεις των υψών BE και ΓZ τέμνουν τον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου $AB\Gamma$, στα σημεία M και N αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι τα σημεία N, K και M είναι συνευθειακά.

Πρόβλημα 3

Έστω $P(x)$ πολύωνμο τετάρτου βαθμού, τέτοιο ώστε:

(α) $P(1) = 1, P(2) = 4, P(3) = 9, P(4) = 16$.

(β) Όλοι οι συντελεστές του $P(x)$ είναι μικρότεροι ή ίσοι του 10.

Να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή του $P(5)$.

Πρόβλημα 4

Να βρείτε έναν πρώτο αριθμό που διαιρεί τον αριθμό $A = 14^7 + 14^2 + 1$.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!*

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες