

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**  
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34  
106 79 ΑΘΗΝΑ  
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr



**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**  
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street  
GR. 106 79 - Athens - HELLAS  
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**  
**80<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**  
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”**  
**9 Νοεμβρίου 2019**

**Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Πρόβλημα 1**

Οι αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι θετικοί και τέτοιοι ώστε

$$\alpha^2 + \beta^2 = 16\alpha\beta \quad \text{και} \quad \alpha^3 + \beta^3 = 90\alpha\beta.$$

Να υπολογίσετε την τιμή των αθροισμάτων  $\alpha + \beta$  και  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ .

**Πρόβλημα 2**

Να λύσετε στους πραγματικούς αριθμούς το σύστημα:

$$\begin{cases} xy^3 = -8 \\ (x+y)y = 2 \end{cases}.$$

**Πρόβλημα 3**

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Στο ημιεπίπεδο που δεν ανήκει η κορυφή Α κατασκευάζουμε ορθογώνιο ΒΓΔΕ. Αν Η είναι το μέσο του ΑΕ και Ζ είναι το μέσο του ΓΔ, να αποδείξετε οι ευθείες ΑΒ και ΖΗ είναι κάθετες και να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία ΓΖΗ.

**Πρόβλημα 4**

Να προσδιορίσετε όλες τις τιμές της παραμέτρου  $\lambda \in \mathbb{R} - \{3\}$  για τις οποίες οι λύσεις της εξίσωσης

$$(\lambda - 3)x^2 + (\lambda^2 + 1)x - (11\lambda - 18) = 0$$

είναι τα μήκη των δύο καθέτων πλευρών ορθογώνιου τριγώνου με υποτείνουσα μήκους  $\sqrt{17}$ .

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*  
*Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*