

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**  
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34  
106 79 ΑΘΗΝΑ  
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr



**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**  
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street  
GR. 106 79 - Athens - HELLAS  
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**  
**80<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**  
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”**  
**9 Νοεμβρίου 2019**

**Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Πρόβλημα 1**

Στο σύνολο των πραγματικών αριθμών να προσδιορίσετε τις λύσεις της εξίσωσης:

$$108(x-2)^4 + (4-x^2)^3 = 0 .$$

**Πρόβλημα 2**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ . Παίρνουμε σημείο  $\Delta$  πάνω στην πλευρά  $AB$  και σημείο  $E$  πάνω στην πλευρά  $B\Gamma$  έτσι ώστε οι ευθείες  $DE$  και  $A\Gamma$  να είναι παράλληλες. Στην προέκταση της  $DE$  προς το μέρος του  $E$  παίρνουμε σημείο  $Z$  τέτοιο ώστε  $EZ = A\Delta$ . Αν  $O$  είναι το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου  $\Delta BE$ , να αποδείξετε ότι τα σημεία  $O, Z, A$  και  $\Delta$  ανήκουν στον ίδιο κύκλο.

**Πρόβλημα 3**

Να λύσετε στους πραγματικούς αριθμούς το σύστημα: 
$$\begin{cases} xy^3 = -108 \\ (x+y)y = -3 \end{cases} .$$

**Πρόβλημα 4**

Με  $k$  διαφορετικά χρώματα θέλουμε να χρωματίσουμε τους αριθμούς  $2, 3, 4, \dots, 1024$  έτσι ώστε κανένας αριθμός να μην έχει το ίδιο χρώμα με οποιοδήποτε πολλαπλάσιο του. Να βρείτε την ελάχιστη δυνατή τιμή του  $k$ .

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*  
*Καλή επιτυχία!*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*