Φ Υ Λ Λ Ο   Ε Ρ Γ Α Σ Ι Α Σ

Τάξη: Β΄ Λυκείου

Ονοματεπώνυμο:………………………………………………………………………

Μάθημα: Μαθηματικά (Άλγεβρα)

Τίτλος ενότητας: Διαίρεση πολυωνύμων

Ώρες διδασκαλίας: 2

1. **Διαθέτουμε 365 καθίσματα και θέλουμε να τα τοποθετήσουμε σε σειρές σε μία αίθουσα όπου η κάθε σειρά θα έχει 20 καθίσματα. Να βρείτε πόσες σειρές θα σχηματισθούν και πόσα καθίσματα θα περισσέψουν.**
   Στη συνέχεια να γράψετε την ισότητα που προκύπτει από την παραπάνω ευκλείδεια διαίρεση σύμφωνα με τον τύπο Δ = δ·π + υ.

Λύση

2. **Αν η ισότητα 126 = 6·20 + 6 προκύπτει από ευκλείδεια διαίρεση,** ποιος είναι ο **Διαιρετέος,** ποιος ο **διαιρέτης,** ποιο το **πηλίκο** και ποιο το **υπόλοιπο;**

Απάντηση

Δ = ………

δ = ………

π = ………

υ = ………

3. **Δίνεται τώρα η αλγεβρική παράσταση:**

$$(x^2-1)(5x+4)+2x-1.$$

Να κάνετε τις πράξεις και να βρείτε το πολυώνυμο που ισούται με την παράσταση αυτή.

Λύση

$(x^2-1)(5x+4)+2x-1$ = ……………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

4. Να συμπληρώσετε την ισότητα:

$$....................................... = (x^2-1)(5x+4)+2x-1 \quad (1)$$

γράφοντας στο πρώτο μέλος το πολυώνυμο που θα βρείτε στο προηγούμενο βήμα.

Σημείωση: Όπως και στις περιπτώσεις των δύο πρώτων βημάτων έτσι και εδώ η ισότητα (1) προκύπτει από την διαίρεση του πολυωνύμου $5x^3+4x^2-3x-5$ (**Διαιρετέος**) με το πολυώνυμο x^2-1 (**διαιρέτης**) με **πηλίκο** το $5x+4$ και **υπόλοιπο** το $2x-1$.

5. Τίθεται τώρα το ερώτημα:

Αν μας δοθεί ο διαιρετέος ($5x^3+4x^2-3x-5$) και ο διαιρέτης (x^2-1) πώς μπορούμε να βρούμε το πηλίκο ($5x+4$) και το υπόλοιπο ($2x-1$) της παραπάνω διαίρεσης;

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό, πρέπει στην ισότητα:

$$5x^3+4x^2-3x-5 = (x^2-1)(5x+4)+2x-1$$

να απομονώσουμε τους όρους του πηλίκου, ώστε να μπορέσουμε να δούμε πώς προκύπτει ο καθένας χωριστά. Έτσι λοιπόν την παραπάνω ισότητα την γράφουμε ως εξής:

$$5x^3+4x^2-3x-5 = (x^2-1)5x+(x^2-1)4+2x-1 \quad (2)$$

(Παρατηρώντας ότι οι όροι όλων των πολυωνύμων είναι διαταγμένοι κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x να απαντήσετε στην επόμενη ερώτηση).

Πώς προκύπτει ο πρώτος όρος του πηλίκου ($5x$) από τον πρώτο όρο του διαιρετέου ($5x^3$) και τον πρώτο όρο του διαιρέτη (x^2) ;

Απάντηση

6. **Στη συνέχεια, για να δούμε πώς προκύπτει ο δεύτερος όρος του πηλίκου, φέρνουμε στο πρώτο μέλος της ισότητας (2) του προηγούμενου βήματος τον όρο $(x^2-1)5x$ και κάνουμε τις πράξεις μόνο στο πρώτο μέλος.**

   Με αυτή την υπόδειξη να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

$$\text{..} - (x^2-1)5x = (x^2-1)4 + 2x - 1$$

$$\text{..} = (x^2-1)4 + 2x - 1$$

$$\text{..} = (x^2-1)4 + 2x - 1$$

(Παρατηρήστε ότι το πρώτο μέλος της τελευταίας ισότητας, που λέγεται **πρώτο μερικό υπόλοιπο**, προκύπτει αν από τον **διαιρετέο** αφαιρέσουμε το **γινόμενο** του **πρώτου όρου του πηλίκου με τον διαιρέτη**).

Τι παρατηρείτε; Πώς προκύπτει ο δεύτερος όρος του πηλίκου;

<u>**Απάντηση**</u>

7. **Τέλος, να συνεχίσετε όπως και στο προηγούμενο βήμα για να δείτε πώς προκύπτει και το υπόλοιπο.**

<u>**Λύση**</u>

8. **Ανακεφαλαιώνοντας τα παραπάνω βήματα 5, 6 και 7 να κάνετε την διαίρεση $(5x^3+4x^2-3x-5):(x^2-1)$, αφού τοποθετήσετε τα πολυώνυμα κατάλληλα στο γνωστό σχήμα (γωνία) της διαίρεσης κάνοντας ανάλογες ενέργειες με αυτές που κάνουμε στη διαίρεση μεταξύ αριθμών.**

9. **Για εξάσκηση να εφαρμόσετε την διαδικασία του προηγούμενου βήματος για να διαιρέσετε το πολυώνυμο $6x^4-7x^2+3x+9$ με το πολυώνυμο $2x^2-1$.**

<u>Λύση</u>

10. **Για την ολοκλήρωση της διαδικασίας μπορείτε να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις.**
    - **Πότε τελειώνει η διαδικασία της διαίρεσης μεταξύ δύο πολυωνύμων και τι σχέση έχει ο βαθμός του πηλίκου με τον βαθμό του διαιρετέου και του διαιρέτη;**

<u>Απάντηση</u>

- **Σε μία διαίρεση μεταξύ δύο πολυωνύμων, αν $\Delta(x)$ είναι ο διαιρετέος, $\delta(x)$ ο διαιρέτης, $\pi(x)$ το πηλίκο και $\upsilon(x)$ το υπόλοιπο, ποια σχέση συνδέει τα πολυώνυμα αυτά; (Ταυτότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης). Πότε το $\delta(x)$ είναι παράγοντας ή διαιρέτης του $\Delta(x)$;**

<u>**Απάντηση**</u>

11. Να κάνετε την διαίρεση $(x^3 + x^2 - 16x + 20) : (x - 2)$ και στη συνέχεια να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο $x^3 + x^2 - 16x + 20$.

<u>**Λύση**</u>

© **Παναγιώτης Λ. Θεοδωρόπουλος**
Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ03
E-mail : e-mail@p-theodoropoulos.gr