

#7.3 Άθροισμα δύο Ομόσημων Ρητών αριθμών (με παρενθέσεις)  
Φύλλο Εργασίας 1

**Παράδειγμα**

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

- i.  $(+5) + (+3)$
- ii.  $(+6) + (+4)$
- iii.  $(-5) + (-3)$

Λύση:

- i.  $(+5) + (+3) = +(5 + 3) = +8$
- ii.  $(+6) + (+4) = +(6 + 4) = 10$
- iii.  $(-5) + (-3) = -(5 + 3) = -8$

**Δηλαδή όταν έχω να βρω το άθροισμα δύο ομόσημων\* αριθμών, τότε προσθέτω τις απόλυτες τιμές των δύο αριθμών και στο αποτέλεσμα βάζω το πρόσημο τους.**

**Άσκηση**

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

$(+7) + (+2) =$	$(3) + (+8) =$	$(-2) + (-6) =$
$(+17) + (+2) =$	$(+13) + (+8) =$	$(-12) + (-6) =$
$(+17) + (+12) =$	$(+13) + (+18) =$	$(-12) + (-16) =$
$(+6) + (+5) =$	$(+9) + (+5) =$	$(-9) + (-5) =$
$(+26) + (+35) =$	$(+29) + (+35) =$	$(-29) + (-35) =$

\***Ομόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο.

**Το Πρόσημο ενός Αριθμού (+ ή -)** γράφεται πριν από τον αριθμό. Αν ένας αριθμός δεν έχει πρόσημο τότε εννοείται ότι το πρόσημο του είναι το +.

**Απόλυτη τιμή ενός αριθμού** είναι η απόσταση της θέσης του πάνω στον άξονα από τη θέση του αριθμού μηδέν.

#7.3 Άθροισμα δύο Ομόσημων Ρητών αριθμών (χωρίς παρενθέσεις)  
Φύλλο Εργασίας 2

Παράδειγμα

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

- i.  $+5+3$
- ii.  $6+4$
- iii.  $-5-3$

Λύση:

- i.  $+5+3=+(5+3)=+8$
- ii.  $6+4=+(6+4)=10$
- iii.  $-5-3=-(5+3)=-8$

**Δηλαδή όταν έχω να βρω το άθροισμα δύο ομόσημων\* αριθμών, τότε προσθέτω τις απόλυτες τιμές των δύο αριθμών και στο αποτέλεσμα βάζω το πρόσημο τους.**

Άσκηση

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

$+7+2=$	$3+8=$	$-2-6=$
$17+2=$	$+13+8=$	$-12-6=$
$+17+12=$	$13+18=$	$-12-16=$
$+6+5=$	$+9+5=$	$-9-5=$
$26+35=$	$+29+35=$	$-29-35=$

\***Ομόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο.

**Το Πρόσημο ενός Αριθμού (+ ή -)** γράφεται πριν από τον αριθμό. Αν ένας αριθμός δεν έχει πρόσημο τότε εννοείται ότι το πρόσημο του είναι το +.

**Απόλυτη τιμή ενός αριθμού** είναι η απόσταση της θέσης του πάνω στον άξονα από τη θέση του αριθμού μηδέν.

#7.3 Άθροισμα δύο Ετερόσημων Ρητών αριθμών (με παρενθέσεις)  
Φύλλο Εργασίας 3

Παράδειγμα

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

- i.  $(+5) + (-3)$
- ii.  $6 + (-4)$
- iii.  $(-5) + (+3)$

Λύση:

- i.  $(+5) + (-3) = +(5 - 3) = +2$
- ii.  $6 + (-4) = (6 - 4) = 2$
- iii.  $(-5) + (+3) = -(5 - 3) = -2$

*Δηλαδή όταν έχω να βρω το άθροισμα δύο ετερόσημων\*\* αριθμών, τότε αφαιρώ τις απόλυτες τιμές των δύο αριθμών και στο αποτέλεσμα βάζω το πρόσημο του αριθμού που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.*

Άσκηση

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

$(+7) + (-2) =$	$(-3) + (+8) =$	$(-2) + (+6) =$
$(+17) + (-2) =$	$(-13) + (+8) =$	$12 + (-6) =$
$17 + (-12) =$	$(-13) + (+18) =$	$(-12) + (+16) =$
$(+6) + (-5) =$	$(-9) + (+5) =$	$(+9) + (-5) =$
$26 + (-35) =$	$(-29) + (+35) =$	$(-29) + (+25) =$

---

\*\***Ετερόσημοι** λέγονται δύο αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

**#7.3 Άθροισμα δύο Ετερόσημων Ρητών αριθμών (χωρίς παρενθέσεις)**  
**Φύλλο Εργασίας 4**
**Παράδειγμα**

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

- i.  $+5 - 3$
- ii.  $6 - 4$
- iii.  $-5 + 3$

Λύση:

- i.  $+5 - 3 = +(5 - 3) = +2$
- ii.  $6 - 4 = +(6 - 4) = 2$
- iii.  $-5 + 3 = -(5 - 3) = -2$

*Δηλαδή όταν έχω να βρω το άθροισμα δύο ετερόσημων\*\* αριθμών, τότε αφαιρώ τις απόλυτες τιμές των δύο αριθμών και στο αποτέλεσμα βάζω το πρόσημο του αριθμού που έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.*

**Άσκηση**

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

$+7 - 2 =$	$-3 + 8 =$	$-2 + 6 =$
$+17 - 2 =$	$-13 + 8 =$	$12 - 6 =$
$+17 - 12 =$	$-13 + 18 =$	$-12 + 16 =$
$+6 - 5 =$	$-9 + 5 =$	$9 - 5 =$
$+26 - 35 =$	$-29 + 35 =$	$-29 + 25 =$

---

**\*\*Ετερόσημοι** λέγονται δύο αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο.

#7.3 Άθροισμα πολλών αριθμών  
Φύλλο Εργασίας 5

Παράδειγμα

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

- i.  $5 + (-3) + (+6) + (-8) + (-9)$
- ii.  $(-8) + (-2) + (+1) + (-3) + (+6)$
- iii.  $(-2) + (+6) + (+5) + (-7) + (-6)$
- iv.  $-2 + 5 + 3 - 7 + 8 - 3 + 1$

Λύση:

- i.  $= \underline{5} + (\underline{-3}) + (\underline{+6}) + (\underline{-8}) + (\underline{-9}) = [+(5+6)] + [-(3+8+9)] = (+11) + (-20) =$   
 $= -(20-11) = -9$
- ii.  $(\underline{-8}) + (\underline{-2}) + (\underline{+1}) + (\underline{-3}) + (\underline{+6}) = [+(1+6)] + [-(8+2+3)] =$   
 $(+7) + (-13) = -(13-7) = -6$
- iii.  $(\underline{-2}) + (\underline{+6}) + (\underline{+5}) + (\underline{-7}) + (\underline{-6}) = (+5) + [-(2+7)] = (+5) + (-9)$   
 $-(9-5) = -4$
- iv.  $-\underline{2} + \underline{5} + \underline{3} - \underline{7} + \underline{8} - \underline{3} + \underline{1} = +14 - 9 = +(14-9) = +5$

*Δηλαδή όταν έχω να βρω το άθροισμα πολλών αριθμών, τότε αρχικά, προσθέτω τους θετικούς μεταξύ τους στην συνέχεια τους αρνητικούς μεταξύ τους και μετά βρίσκω το τελικό αποτέλεσμα.*

*(Αν στο άθροισμα έχω αντίθετους αριθμούς, μπορώ να τους διαγράψω (όπως στο παράδειγμα iii το +6 με το -6))*

Άσκηση

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

$(+7) + (-2) + (+6) + (+2) + (-10) =$
$17 + (-2) + 5 + 8 + (-3) + (-6) =$
$(+17) + (-12) + (-7) + (+5) + (-17) =$
$6 + (-5) + 2 + 3 + (-4) + (-5) =$
$+26 - 35 + 4 - 7 + 5 - 26 =$

**#7.3 Άθροισμα μεταβλητών  
Φύλλο εργασίας 6**
**Παράδειγμα**

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

- i.  $5x - 3x + 6x - 8x - 9x$   
 ii.  $-8y - 2y + y - 3y + 6y$

Λύση:

- i.  $5x - 3x + 6x - 8x - 9x = (5 - 3 + 6 - 8 - 9)x = (11 - 20)x = -9x$   
 ii.  $-8y - 2y + y - 3y + 6y = (-8 - 2 + 1 - 3 + 6)y = (7 - 13)y = -6y$

**Δηλαδή το άθροισμα μεταβλητών, βασίζεται στο άθροισμα των συντελεστών\* τους.**

**Άσκηση**

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

$5x - 2x + 6x + 2x - 12x =$
$+ 7y - 2y + 5y + 9y - 3y - 6y =$
$7\alpha - 12\alpha - 7\alpha + 6\alpha - 17\alpha =$
$+ 6\beta - 5\beta + 2\beta + 9\beta - 4\beta =$
$+ 6\omega - 3\omega + 4\omega - 7\omega + 5\omega - 6\omega =$

---

\***Συντελεστής** μιας μεταβλητής ονομάζεται ο αριθμός με τον οποίο είναι πολλαπλασιασμένη η μεταβλητή (π.χ στο άθροισμα  $6x - 3y$  συντελεστής του  $x$  είναι το 6 ενώ συντελεστής του  $y$  είναι το -3).

**#7.4 Αφαίρεση δύο ρητών αριθμών**  
**Φύλλο εργασίας 7**

**Παράδειγμα**

Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα:

- i.  $(+5) - (+3)$
- ii.  $(+5) - (-3)$
- iii.  $(-6) - (+4)$
- iv.  $(-5) - (-3)$

Λύση:

- i.  $(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = +(5 - 3) = +2$
- ii.  $(+5) - (-3) = (+5) + (+3) = +(5 + 3) = +8$
- iii.  $(-6) - (+4) = (-6) + (-4) = -(6 + 4) = -10$
- iv.  $(-5) - (-3) = -(5) + (+3) = -(5 - 3) = -2$

**Δηλαδή όταν έχω να βρω την διαφορά  $\alpha - \beta$  δύο ρητών αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ , τότε προσθέτω στον αριθμό  $\alpha$  τον αντίθετο του αριθμού  $\beta$ .**

$$\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$$

**Άσκηση**

Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές:

$(+7) - (-2) =$	$(-3) - (+8) =$	$(-2) - (+6) =$
$(+17) - (-2) =$	$(-13) - (+8) =$	$12 - (-6) =$
$17 - (-12) =$	$(-13) - (+18) =$	$(-12) - (+16) =$
$(+6) - (-5) =$	$(-9) - (+5) =$	$(+9) - (-5) =$
$26 - (-35) =$	$(-29) - (+35) =$	$(-29) - (+25) =$

**#7.4 Απαλοιφή παρενθέσεων**  
**Φύλλο εργασίας 8**
**Παράδειγμα**

Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα αφού πρώτα κάνετε απαλοιφή των παρενθέσεων:

i.  $5 + (-3) - (+6) + (-8) - (-9)$

ii.  $(-8) - (-2) + (+1) - (-3) - (+6)$

**Λύση:**

i.  $5 + (-3) - (+6) + (-8) - (-9) = \underline{5} - \underline{3} - \underline{6} - \underline{8} + \underline{9} = 14 - 17 = -3$

ii.  $(-8) - (-2) + (+10) - (-3) - (+6) = -\underline{8} + \underline{2} + \underline{10} + \underline{3} - \underline{6} = 15 - 14 = 1$

**Άσκηση**

Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα αφού πρώτα κάνετε απαλοιφή των παρενθέσεων:

$(+7) + (-2) + (+6) + (+2) + (-10) =$
$17 + (-2) + 5 + 8 + (-3) + (-6) =$
$(+17) + (-12) + (-7) + (+5) + (-17) =$
$6 + (-5) + 2 + 3 + (-4) + (-5) =$
$(+26) + (-3) + (-4) - (-7) - (+5) + (-26) =$

**#7.5 Γινόμενο δύο ρητών αριθμών**  
**Φύλλο εργασίας 9**
**Παράδειγμα**

Να βρείτε τα παρακάτω γινόμενα:

- i.  $5 \cdot 3$
- ii.  $-5 \cdot 3$
- iii.  $5 \cdot (-3)$
- iv.  $(-5) \cdot (-3)$

Λύση:

- i.  $5 \cdot 3 = 15$
- ii.  $-5 \cdot 3 = -15$
- iii.  $5 \cdot (-3) = -15$
- iv.  $(-5) \cdot (-3) = 15$

**Δηλαδή όταν έχουμε να βρούμε το γινόμενο δύο αριθμών, θυμόμαστε τον κανόνα των προσήμων για τον πολλαπλασιασμό:**

- $(+) \cdot (+) \rightarrow (+)$
- $(-) \cdot (+) \rightarrow (-)$
- $(+) \cdot (-) \rightarrow (-)$
- $(-) \cdot (-) \rightarrow (+)$

**Άσκηση**

Να βρείτε τα παρακάτω γινόμενα:

$7 \cdot (-2) =$	$3 \cdot 8 =$
$(+9) \cdot (-3) =$	$-6 \cdot (-8) =$
$(-8) \cdot 4 =$	$(-2)(-5) =$
$-5 \cdot 9 =$	$(-9) \cdot 5 =$
$-6 \cdot (-5) =$	$(+4) \cdot (+30) =$

**#7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών (επιμεριστική ιδιότητα)**  
**Φύλλο εργασίας 10**
**Παράδειγμα**

Να κάνετε τις πράξεις:

- i.  $3 \cdot (x + 2)$
- ii.  $5 \cdot (2x - 3)$
- iii.  $-2 \cdot (x + y - 2)$
- iv.  $x \cdot (6x - 3)$
- v.  $(x + 2) \cdot (x - 3)$

Λύση:

- i.  $3 \cdot (x + 2) = 3x + 3 \cdot 2 = 3x + 6$
- ii.  $5 \cdot (2x - 3) = 5 \cdot 2x - 5 \cdot 3 = 10x - 15$
- iii.  $-2 \cdot (x + y - 2) = -2x - 2y + 2 \cdot 2 = -2x - 2y + 4$
- iv.  $x \cdot (6x^2 - 3) = x \cdot 6x^2 - x \cdot 3 = 6x^3 - 3x$
- v.  $(x + 2) \cdot (x - 3) = x \cdot x - \underline{3x} + \underline{2x} - 6 = x^2 - 1x - 6$

**Επιμεριστική Ιδιότητα:**

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

$$\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

**Πολλαπλασιασμός παρενθέσεων:**

$$(\alpha + \beta) \cdot (\gamma + \delta) = \alpha \cdot \gamma + \alpha \cdot \delta + \beta \cdot \gamma + \beta \cdot \delta$$

$$(\alpha + \beta) \cdot (\gamma - \delta) = \alpha \cdot \gamma - \alpha \cdot \delta + \beta \cdot \gamma - \beta \cdot \delta$$

**Άσκηση**

Να κάνετε τις πράξεις:

$7 \cdot (y + 3)$

$4 \cdot (3w - 5)$

$-3 \cdot (k + 2z - 6)$

$(y + 3) \cdot (y - 4)$

$(2x + 1) \cdot (x - 2)$

#7.5 Γινόμενο πολλών ρητών αριθμών  
Φύλλο εργασίας 11

Παράδειγμα

Να βρείτε τα παρακάτω γινόμενα:

- i.  $5 \cdot 3 \cdot 2$
- ii.  $-5 \cdot 3 \cdot 2$
- iii.  $5 \cdot (-3) \cdot (-2)$
- iv.  $(-5) \cdot (-3) \cdot (-2)$
- v.  $(-5) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1)$
- vi.  $(-5) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-4)$

Λύση:

- i.  $5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$
- ii.  $-5 \cdot 3 \cdot 2 = -30$
- iii.  $5 \cdot (-3) \cdot (-2) = 30$
- iv.  $(-5) \cdot (-3) \cdot (-2) = -30$
- v.  $(-5) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) = 30$
- vi.  $(-5) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-4) = -120$

*Δηλαδή όταν έχουμε να βρούμε το γινόμενο αρκετών αριθμών, τότε αν το πλήθος των (-) που υπάρχουν είναι περιττό (μονό) στο αποτέλεσμα θα μπει (-), ενώ αν το πλήθος των (-) που υπάρχουν είναι άρτιο (ζυγό) τότε στο αποτέλεσμα θα μπει (+) :*

Άσκηση

Να βρείτε τα παρακάτω γινόμενα:

$3 \cdot 6 \cdot (-2) =$	$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$
$(-1) \cdot (-9) \cdot (-3) =$	$-1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 2 =$
$(-8) \cdot 4 \cdot (-2) =$	$(-7)(-3) \cdot 2 \cdot (-1) =$
$-5 \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 3 =$	$(-1) \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-1) =$
$6 \cdot (-5) \cdot 2 \cdot 2 =$	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

#7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό  
Φύλλο εργασίας 12

**Παράδειγμα**

Να κάνετε τις πράξεις:

- i.  $x^2 \cdot x^3$
- ii.  $x \cdot x^5$
- iii.  $\frac{x^7}{x^2}$
- iv.  $(x^5)^2$
- v.  $x^2 \cdot x^5$
- vi.  $x^9 : x^3$

Λύση:

- i.  $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$
- ii.  $x \cdot x^5 = x^{1+5} = x^6$
- iii.  $\frac{x^7}{x^2} = x^{7-2} = x^5$
- iv.  $(x^5)^2 = x^{5 \cdot 2} = x^{10}$
- v.  $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$
- vi.  $x^9 : x^3 = x^{9-3} = x^6$

*(Στη δύναμη  $\alpha^v$ , το  $\alpha$  λέγεται βάση και το  $v$  εκθέτης. Αν δεν υπάρχει εκθέτης τότε εννοείται ότι εκθέτης είναι το 1.)*

**Ιδιότητες Δυνάμεων:**

- 1.  $\alpha^u \cdot \alpha^v = \alpha^{u+v}$
- 2.  $\frac{\alpha^u}{\alpha^v} = \alpha^{u-v}$
- 3.  $(\alpha \cdot \beta)^v = \alpha^v \cdot \beta^v$
- 4.  $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^v = \frac{\alpha^v}{\beta^v}$
- 5.  $(\alpha^u)^v = \alpha^{u \cdot v}$

**Άσκηση**

Να κάνετε τις πράξεις:

$y^4 \cdot y^5 =$	$(x^6)^3 =$
$z \cdot z^6 =$	$x^2 \cdot x^6 =$
$\frac{w^9}{w^3} =$	$\frac{k^5}{k^3} =$
$(x^2)^3 =$	$x^2 \cdot x^{12} \cdot y^3 \cdot y^5 =$
$(x \cdot y)^3 =$	$\left(\frac{x}{w}\right)^2$
$(x^2 \cdot y^4)^3 =$	$\left(\frac{x^3}{w^5}\right)^2$