

## 1° Φύλλο Εργασίας

### Γεωμετρική Ερμηνεία του Πυθαγορείου Θεωρήματος με την βοήθεια εμβαδών

**1ο βήμα.** Εξωτερικά του τριγώνου που έχει πλευρές  $AB = 3$ ,  $AG = 3$  υπάρχουν τρία τετράγωνα. Κάνοντας μετρήσεις να υπολογίσετε:

- i. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_1 = \dots$
- ii. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_2 = \dots$
- iii. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_3 = \dots$
- iv. Το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων και είναι:  $E_1 + E_2 = \dots$
- v. Επαληθεύστε τις μετρήσεις που κάνατε πατώντας το κουμπί «Μετρήσεις» που βρίσκετε στο αριστερό κάτω μέρος της οθόνης (στο 3° τεταρτημόριο του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων)

**Τι παρατηρείτε;** .....

**2ο βήμα.** Μετακινείτε το σημείο προς τα δεξιά ώστε να βρεθεί στην θέση  $(4, 0)$  και το σημείο προς τα πάνω ώστε να βρεθεί στην θέση  $(0, 4)$ . Επαναλαμβάνοντας με τον ίδιο τρόπο τις μετρήσεις που κάνατε στο **1° βήμα** να υπολογίσετε:

- i. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_1 = \dots$
- ii. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_2 = \dots$
- iii. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_3 = \dots$
- iv. Το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων και είναι:  $E_1 + E_2 = \dots$
- v. Επαληθεύστε τις μετρήσεις που κάνατε πατώντας το κουμπί «Μετρήσεις» που βρίσκετε στο αριστερό κάτω μέρος της οθόνης (στο 3° τεταρτημόριο του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων)

**Τι παρατηρείτε;** .....

**3ο βήμα.** Μετακινώντας τα σημεία και σε οποιοδήποτε θέσεις πάνω στους ημιάξονες  $x$  και  $Oy$  αντίστοιχα, επαναλάβετε αυτά που κάνατε στο **1° και 2° βήμα**.

**Τι παρατηρείτε;** .....

### Συμπερασματικά

Επειδή όπως ήδη γνωρίζουμε το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς δίνεται από τον τύπο  $= \frac{1}{2} \cdot \text{πλευρά}^2$ , ποια ισότητα θα μπορούσαμε να γράψουμε που να συνδέει τις πλευρές του τριγώνου ; .....

Προσπαθήστε να περιγράψετε με λόγια την παραπάνω ισότητα η οποία εκφράζει το Πυθαγόρειο Θεώρημα:

.....  
.....  
.....

## 2° Φύλλο Εργασίας

### Μία πρακτική εφαρμογή – επέκταση του Πυθαγορείου Θεωρήματος

**1ο βήμα.** Εξωτερικά του ορθογώνιου τριγώνου που έχει πλευρές  
 $a = 6$ ,  $b = 8$ ,  $c = 10$  υπάρχουν τρία ισοσκελή ορθογώνια τρίγωνα

....., ....., .....

Να υπολογίσετε τις άγνωστες πλευρές  $x$ ,  $y$ ,  $z$  των τριγώνων ....., .....,  
αντίστοιχα.

Για να βρούμε την πλευρά  $x$  εφαρμόζουμε το Π.Θ στο ορθογώνιο τρίγωνο .....,  
Οπότε έχουμε:  $.....^2 + .....^2 = .....^2$

Για να βρούμε την πλευρά  $y$  εφαρμόζουμε το Π.Θ στο ορθογώνιο τρίγωνο .....,  
Οπότε έχουμε:  $.....^2 + .....^2 = .....^2$

Για να βρούμε την πλευρά  $z$  εφαρμόζουμε το Π.Θ στο ορθογώνιο τρίγωνο .....,  
Οπότε έχουμε:  $.....^2 + .....^2 = .....^2$

**2ο βήμα.** Να υπολογίσετε τα εμβαδά  $E_1, E_2, E_3$  των τριγώνων ....., .....,  
αντίστοιχα.

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot ..... \cdot ..... =$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot ..... \cdot ..... =$$

$$E_3 = \frac{1}{2} \cdot ..... \cdot ..... =$$

**3ο βήμα.** Ποια σχέση ισχύει μεταξύ των εμβαδών  $E_1, E_2, E_3$  ;

.....

### 3<sup>ο</sup> Φύλλο Εργασίας

#### Γεωμετρική Ερμηνεία του Αντίστροφου του Πυθαγορείου Θεωρήματος με την βοήθεια εμβαδών

**1ο βήμα.** Με την βοήθεια της επιλογής «Μετρήσεις» να καταγράψετε τα εμβαδά των τετραγώνων , και I καθώς και το μέτρο της γωνίας A.

- i. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_1 = \dots$
- ii. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_2 = \dots$
- iii. Το εμβαδόν του τετραγώνου I είναι:  $E_3 = \dots$

**2ο βήμα.** Μετακινήστε τυχαία τα σημεία A ή B ή Γ (μικραίνοντας ή μεγαλώνοντας τις πλευρές του τριγώνου ABΓ) και επαναλάβετε ότι και προηγουμένως.

- i. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_1 = \dots$
- ii. Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι:  $E_2 = \dots$
- iii. Το εμβαδόν του τετραγώνου I είναι:  $E_3 = \dots$

**3ο βήμα.** Μετακινήστε κατάλληλα σημεία A ή B ή Γ ώστε το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων και να ισούται με το εμβαδόν του τετραγώνου I. Τι παρατηρείτε για την γωνία  $\hat{A}$ ; Τι μπορείτε να συμπεράνετε;

.....  
.....  
.....

#### Συμπερασματικά

Επειδή όπως ήδη γνωρίζουμε το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς δίνεται από τον τύπο  $= \frac{1}{2} a^2$ , ποια ισότητα θα λέγατε ότι πρέπει να ισχύει σαν προϋπόθεση ώστε ένα τρίγωνο να είναι ορθογώνιο (με  $\hat{A} = 90^\circ$ ); .....

Προσπαθήστε να περιγράψετε με λόγια την παραπάνω ισότητα η οποία εκφράζει το Αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος:

.....  
.....  
.....