<u>Απόλυτη τιμή και εξισώσεις</u>

1. Η εξίσωση $|α(x)| = θ$
   - Αν ζητείται ο χ έτσι ώστε:
     $|α(x)| = θ$ (θ θετικός) τότε **$α(x) = θ$ ή $α(x) = -θ$**
     και λύνουμε τις δυο εξισώσεις που προκύπτουν.
   - Αν $|α(x)| = α$ (**α αρνητικός**) τότε η εξίσωση είναι **αδύνατη.**
   - Αν $|α(x)| = 0$ τότε $α(x) = 0$ και λύνουμε.
   - Αν χρειάζεται κάνουμε πράξεις για να φέρουμε την εξίσωση στη μορφή **$|α(x)| = θ$** και μετά λύνουμε κατάλληλα.

2. Η εξίσωση $|α(x)| = |(β(x)|$
   - Αν ζητείται ο x έτσι ώστε **$|α(x)| = |(β(x)| \Leftrightarrow α(x) = β(x)$ ή $α(x) = -β(x)$**

3. Η εξίσωση $|α(x)| = β(x)$
   <u>Απαιτούμε $β(x) \geq 0$</u> (γιατι αλλιώς η εξίσωση είναι αδύνατη).
   Τότε η εξίσωση είναι ισοδύναμη με τις εξισώσεις **$α(x) = β(x)$ ή $α(x) = -β(x)$** τις οποίες λύνουμε <u>και ελέγχουμε αν οι λύσεις που βρήκαμε επαληθεύουν τον περιορισμό $β(x) \geq 0$</u> οπότε είναι δεκτές, αλλιώς απορρίπτονται.

<u>Απόλυτη τιμή και ανισώσεις</u>

1. Ανισωσεις της μορφής **$|α(x)| < θ$** ($|α(x)| \leq θ$) θ θετικός είναι ισοδύναμες με την ανίσωση **$-θ < α(x) < θ$** ($-θ \leq α(x) \leq θ$)
2. Ανισωσεις της μορφής **$|α(x)| > θ$** ($|α(x)| \geq θ$) είναι ισοδύναμες με τις ανισωσεις: **$α(x) < -θ$ ή $α(x) > θ$** ($α(x) \leq -θ$ ή $α(x) \geq θ$)
   .

<u>Ειδικές περιπτώσεις</u>

- Αν **$|α(x)| < α$ ή $|α(x)| \leq α$ (α αρνητικός) τότε η ανίσωση είναι αδύνατη**.
- Αν **$|α(x)| > α$** ή **$|α(x)| \geq α$** (α αρνητικός) τότε έχει λύση **οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό.**
- Η ανίσωση $|α(x)| \leq 0$ είναι ισοδύναμη με την $α(x) = 0$ γιατί το μικρότερο του μηδέν δεν μπορεί να ισχύει.
- Η ανίσωση **$|α(x)| > 0$** είναι ισοδύναμη με την **$α(x) \neq 0$.**

<u>Ασκήσεις</u>

1. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $|x-3| = 4$ ii) $3|2x+1| -1 = 5$, iii) $|1-|1-x|| = 1$

iv) $|4-|x|| = ||x|+3|$ v) $|4-|x|| = ||x|+3|$ vi) $|2x^5 + 3x - 7| = -4$

vii) $|2x-5| = |x+2|$ viii) $|x-3| - 2|1-x| = 0$ ix) $|x-5| - |5-x| = 0$

2. Να λυθούν οι εξισώσεις

i) $| x^2+2 | = 51$ ii) $| -x^2 - 1 | = 5$ iii) $|x^2 - 7| = 9$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις

i) $|x-5| = 1-2x$ ii) $|x+2| = x-1$ iii) $(2-|x|)^2 = x^2 - 1$

iv) $3|4-x| - |2x+1| - x = 1$ v) $| x-1 | + | 2-x | = -3$

4. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $\frac{|x^2-x|}{2}-|x^2-x|+1=-\frac{|x^2-x|}{4}+\frac{6+|x^2-x|}{2}$

ii) $\frac{|x-3|-1}{5}-\frac{|x-3|}{2}=\frac{4|3-x|-13}{3}$

iii) $\frac{|x+1|+4}{3}-\frac{3|-x-1|-1}{15}=\frac{|x+1|-4}{5}+2$

5. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $|x-5|\leq 7$ ii) $|5-x|>14$ iii) $2\leq |x-4|\leq 4$

iv) $|x-5|>-2$ v) $|4-x|\geq 0$ vi) $|4-x|>0$

vii) $|4-x|<0$ viii) $|4-x|\leq 0$ ix) $|9-x^2|\leq 0$

6. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $|1-|x+1||\leq 2$ ii) $||x+1|-4|<3$

iii)) $|2004x^5-2002x^4+2000x^2+1998^{-10}|\geq 0$

iv) $|2x^6-8x^{-5}+24|<-10$

7. Να λυθούν οι ανισώσεις:

α) $2|x|+1-(3|x|-7)\geq 5-(|x|-3)+4|x|$

β) $\frac{5|3x-4|-3}{2}+5\leq|3x-4|+\frac{3|4-3x|}{4}$

8. Να βρεθεί ο χ όταν :

α) $d(2x, 3)=5$ β) $|9-d(x,3)|=2$ γ) $d(x,-2)<4$

δ) $d(x,-1)\geq 2$

9. Να λυθεί η εξίσωση: $|x^2-9|+|x^2-5x+6|=0$

10. Να λυθεί η εξίσωση $(x+1)^2-5|x+1|+6=0$

11. Αν η απόσταση του αριθμού χ από τον αριθμό 3 πάνω στον άξονα είναι μεγαλύτερη από 2 μονάδες τότε:

Α. $1<χ<5$ Β. $χ<1$ Γ. $χ>5$ Δ. $χ<1$ ή $χ>5$

12. Οι λύσεις της ανίσωσης $|χ-1|\leq 3$ ανήκουν στο διάστημα:

Α. $(-\infty,-2)$ ή $(4,+\infty)$ Β. $[-2, 4]$ Γ. $[-2, 4)$ Δ. $(-\infty,-2]$ ή $[4,+\infty)$

13. α) Αν $|x|<1$ να γράψετε χωρίς απόλυτες τιμές την παράσταση:

Α= $2|x+3|-6|x-2|+x-1$

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση Α = x + 2 δεν έχει λύση όταν $|x|<1$