

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΟ ΚΕΦ1 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

**ΘΕΜΑ1 Α**

- α) Να δείξετε ότι  $(\mathbf{x})' = \mathbf{1}$   
 β) Να δώσετε τον ορισμό της παραγώγου  $\mathbf{f}'(\mathbf{x})$  μιας συνάρτησης  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$   
 γ) Μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού το Α τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $\chi_1 \in A$ ;  
 δ) Πότε μια συνάρτηση λέγεται γνησίως φθίνουσα στο Α; Μονάδες 3+1+1+1

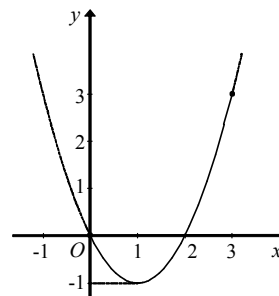
**Β**

1. Να χαρακτηρίσετε Σωστό-Λάθος τις παρακάτω προτάσεις

- α)  $(\sqrt{-x})' = \frac{-1}{2\sqrt{x}}$   
 β) Αν  $f'(2)=2$  και  $g(1)=2$  και  $g'(1)=-3$  και  $\varphi(\chi) = f(g(x))$  τότε  $\varphi'(1) = -6$   
 γ) Η παράγωγος της  $f(x)$  στο  $\chi = -1$  ισούται με  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-1) - f(-1)}{x}$   
 δ) Μια συνάρτηση λέγεται συνεχής στο σύνολο  $\mathbb{R}$  όταν είναι συνεχής για κάθε  $\chi > 0$   
 ε)  $(\eta\mu\chi)' = \sigma\upsilon\nu\chi$   
 στ)  $(\sigma\upsilon\nu 2)' = -\eta\mu 2$  Μονάδες 6

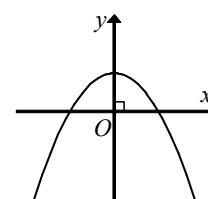
**Γ**

α) Δίνεται η  $f(x) = \chi^2 - 2\chi$  με  $A = [0, 3]$ . Με βάση την διπλανή γραφική παράστασή της να βρείτε τα ακρότατά της



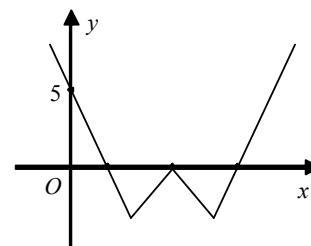
β)  $f(x) = -3\chi^2$  και  $f'(a) = 12$  ποια είναι η τιμή του  $a$ ;

γ) Στο διπλανό σχήμα είναι γραφική παράσταση της παραγώγου μιας συνάρτησης



Να κάνετε πίνακα μονοτονίας για την συνάρτηση. αυτή

δ) Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$  φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το πλήθος των διακεκριμένων λύσεων της εξίσωσης  $f^2(\chi) = f(\chi)$  είναι:



- A. 2    B. 3    Γ. 4    Δ. 5    E. 6

Μονάδες 3+3+3+4

## ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η  $f(x) = x - 2\sqrt{x}, x \geq 0$

α) Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}, x > 0$

β) Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+f(x)}{\sqrt{x} \cdot f'(x)}$

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f(x)$  στο σημείο της  $A(9, f(9))$

δ) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα. Μονάδες 5+7+6+7

## ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η  $f(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ,  $\lambda$  διάφορο 0

α) Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{f(2x)}$

β) Να βρείτε το  $\lambda$  ώστε  $2f''(x) + f'(x) - f(x) = -1$

γ) Για την θετική τιμή του  $\lambda$ , βρείτε την εξίσωση  $\varepsilon$  της εφαπτομένης της  $f(x)$  στο σημείο που η γραφική παράσταση τέμνει τον  $\chi\chi'$

δ) Βρείτε την γωνία που σχηματίζει η εξίσωση  $\varepsilon$  με τον άξονα  $\chi\chi'$

Μονάδες 7+7+7+4

## ΘΕΜΑ 4

Το κόστος μιας ημερήσιας παραγωγής  $x$  μονάδων, ενός προϊόντος είναι

$$K(x) = \frac{x^3}{3} - 20x^2 + 600x - 1000 \quad \text{σε Ευρώ. Όπου } x \text{ από 1 έως και 30}$$

Η είσπραξη από την πώληση μιας μονάδας προϊόντος είναι  $42 - 0,2x$  σε δεκάδες Ευρώ

α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση του κέρδους  $P(x)$  από την πώληση  $x$  μονάδων του προϊόντος, δίνεται από τον τύπο

$$P(x) = -\frac{x^3}{3} + 18x^2 - 180x + 1000 \quad \text{σε Ευρώ}$$

β) Βρείτε την ημερήσια παραγωγή  $x$  ώστε το κέρδος να είναι μέγιστο και πόσο είναι αυτό.

γ) Βρείτε την ημερήσια παραγωγή  $x$  ώστε το κέρδος να είναι ελάχιστο και πόσο είναι αυτό.

δ) Να δείξετε ότι είναι πιο συμφέρον να παράγουμε 3 μονάδες προϊόντος παρά 4

Μονάδες 10+10+5