

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΡΙΖΕΣ

(επιμέλεια Βλάστος Αιμίλιος)

1. Να δείξετε ότι : $(\sqrt{8}-\sqrt{18})(\sqrt{50}-\sqrt{72}-\sqrt{32})=20$

Υπ: διασπάσεις πχ. $32=2 \cdot 16$, ιδιότητα ριζών

2. Αν $x + \sqrt[12]{36} = 4\sqrt[12]{36}$ Να δείξετε ότι : $x^3 = 27\sqrt{6}$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις

α) $\sqrt{2} \quad x = \sqrt[6]{24}$ β) $\sqrt[3]{2} \quad x = \sqrt[6]{8}$ γ) $\sqrt[6]{2} \quad x = \sqrt[3]{16} - \sqrt[6]{2} \quad x$

Απ: α) $\sqrt[6]{3}$, β) $\sqrt[6]{2}$, γ) $16=2 \cdot 2^3$, $x = \sqrt[6]{2}$

4. Αν $x = 1 + \sqrt{2}$ και $y = 1 + \sqrt{3}$ να δείξετε ότι οι παραστάσεις :

$A = 3x^2 - 6x + 3$ και $B = 2y^2 - 4y + 2$ είναι ίσες.

5. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζονται οι παρακάτω παραστάσεις:

i) $1 + \sqrt{x-3}$ ii) $1 - \sqrt{-2x-30}$ iii) $\frac{1 + \sqrt{x-3}}{x-4}$ iv) $\sqrt{x^2-9}$ v) $\frac{2}{\sqrt{25-x^2}}$

6. Να γίνουν οι πράξεις: α) $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{2} - 1)$ β) $(2\sqrt{75} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{3}) : \sqrt{27}$ γ)

$\sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}}$ δ) $\frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3} - 2} - \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2}$ Απ: α) 1, β) 1, γ) 5, δ) $8\sqrt{3}$

7. Να απλοποιηθούν τα ριζικά : i) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ ii) $\sqrt{9 - \sqrt{32}}$ iii) $\sqrt{4 + \sqrt{15}}$ αφού πρώτα

υπολογίσετε τις παραστάσεις $(\sqrt{3} + 1)^2$, $(2\sqrt{2} - 1)^2$, $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{2}$

8. Να απλοποιηθούν τα ριζικά : i) $\sqrt{x^3}$ ii) $(\alpha - 2)\sqrt{\frac{1}{\alpha^2 - 4\alpha + 4}}$, $2 > \alpha$

9. Να απλοποιηθούν τα ριζικά : α) $\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{6^3}}}}$ β) $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{\frac{1}{6^3}}}}$

Απ: α) $\sqrt[4]{3}$, β) $\sqrt[4]{2}$

10. Να γραφούν σε μία ρίζα: **i)** $\sqrt[3]{4}\sqrt{3}\sqrt[12]{9}$, **ii)** $\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^6} \cdot \sqrt[10]{x^7}$, $x > 0$

Απ: **i)** $\sqrt[3]{36}$, **ii)** Απ: **ii)** $x^2 \sqrt[20]{x^3}$

11. Να δείξετε ότι:

i) $A = \sqrt{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3}}} = 2$ **ii)** $B = \sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = 2$

12. Αν $A = \sqrt{3+\sqrt{7}} - \sqrt{3-\sqrt{7}}$ τότε βρείτε το $A^2 + 2\sqrt{2}$ απ: 6

13. Να μετατρέψετε τις παρακάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

i) $\frac{1}{2+\sqrt{2}}$ **ii)** $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ **iii)** $\frac{\alpha-1}{\sqrt{\alpha}-1}$ **iv)** $\frac{5}{\sqrt[3]{4}}$ **v)** $\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[10]{x^7}}$

14. Αν $-2 < x < 2$ να απλοποιηθεί η παράσταση

$A = 5\sqrt{(x-2)^2} - 3\sqrt{(x+3)^2} + \sqrt{x^2+4x+4}$ απ: $-7x+3$

15. Να συγκρίνετε τους αριθμούς: **i)** $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt{2}$ **ii)** $5+\sqrt{3}$, $3+\sqrt{5}$

iii) $\sqrt{10+2\sqrt{15}}$, $\sqrt{5}+\sqrt{3}$, $\sqrt{6+2\sqrt{6}}$ και $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

υπ: βάλτε ένα τελεστή $>$ ή $<$ και υψώστε σε κατάλληλη δύναμη

16. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες:

17. **i)** $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = 4$ **ii)** $\frac{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} - \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} = x$, με $0 < x < 1$

υπ: ρίζα σε αριθμητή-παρονομαστή και πράξεις με ομώνυμα

18. Αν $\kappa = 3+2\sqrt{2}$ και $\lambda = 3-2\sqrt{2}$ να αποδειχθεί ότι:

i) $\kappa > \lambda$ **ii)** $\kappa\lambda = 1$ **iii)** $\frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\lambda} = 6$