**Επιλεγμένες ασκήσεις Γ Γυμνασίου για μαθηματικούς διαγωνισμούς**(επιμέλεια Βλάστος Αιμίλιος)

1. Δίνεται ισοσκελές τρ.ΑΒΓ με γωνΑ=20ο και σημείο Μ πάνω στην ΑΓ ώστε ΑΜ=ΒΓ. Θεωρούμε Ν εξωτερικό ώστε το τρ. ΝΑΜ να είναι ίσο με το τρ.ΑΒΓ α) να δείξετε ότι το τρ.ΑΒΝ είναι ισόπλευρο β) να βρείτε την γωνία ΒΜΓ
2. Να υπολογιστεί το άθροισμα $S=\frac{201}{2}+\frac{601}{6}+\frac{1201}{12}+…\frac{9001}{90}$
*(mateforum.ro)*
3. Να δείξετε ότι: $\frac{1}{ν(ν+2)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{ν}-\frac{1}{ν+2})$ για κάθε ν φυσικό διάφορο μηδέν.
Επίσης βρείτε το άθροισμα $S=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}+\frac{1}{143}$
(XuIagu.Vol6. Mathamatic Olympiad Series)
4. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ , σημείο Μ πάνω στην ΑΒ και σημείο Ν πάνω στην ΑΓ ώστε ΑΜ=ΝΓ α) Να δείξετε ότι γων. ΑΜΓ= γων. ΒΝΓ β) Βρείτε την γων. ΜΟΒ όπου Ο το σημείο τομής των ΜΓ, ΒΝ
5. Ένας φυσικός αριθμός ν όταν διαιρεθεί με το 3 δίνει υπόλοιπο 1, ενώ με το 37 δίνει υ=33. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του ν με το 111.
*(Διαιρετότητα και πρώτοι αριθμοί. Χρ. Λάμπρου-Δ. Κωσταρά)*
6. Δίνονται a= $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}…\frac{2007}{2008}$ και b=$\frac{2}{3}.\frac{4}{5}.\frac{6}{7}…\frac{2008}{2009}$
α) Να βρεθεί το a.b
Να δείξετε ότι a<b
γ) Να υπολογισθούν τα τρία πρώτα δεκαδικά του αριθμού a2

**7**. Να βρεθούν οι θετικές ακέραιες τιμές του ν ώστε η παράσταση $A=\frac{ν^{2}}{ν+3}$ να είναι ακέραια

**8**. Σε ένα κυκλικό διάγραμμα οι γωνίες του είναι 90ο , 45ο ,xο και 90ο ενώ οι αντίστοιχες τιμές είναι 1, 2, 4 , 8 α) Βρείτε το χ και να κάνετε πίνακα με σχ. Συχνότητες (κατανομή) β) Βρείτε τη μέση τιμή γ) Αν 18 παρατηρήσεις έχουν τιμή τουλάχιστον 8 τότε βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων.

**9**. Να υπολογίσετε την παράσταση
$$\sqrt{9999999^{2}-8888888^{2} -1111111^{2}}$$

**10**. Σε τρίγωνο ΑΒΓ η διχοτόμος της Α, το ύψος από την Β στην ΑΓ και η μεσοκάθετος της ΑΒ τέμνονται στο Κ. Να βρεθεί η γωνία Α.



**12** Να υπολογιστεί

$Α=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+…}}}}$ , $Β=\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+…}}}}$ (είναι ο χρυσός αριθμός φ)

**13**. Για να μαζέψει λίγα χρήματα ένας σύλλογος αγόρασε 100 βασιλόπιττες προς 3 Ευρώ την κάθε μία. Δημιούργησε 67 πακέτα που περιέχουν 1, 2, 3 βασιλόπιττες και τα πούλησε όλα με τιμή 3, 9, 13 Ευρώ αντίστοιχα. Να βρείτε το κέρδος του συλλόγου

Απαντήσεις- υποδείξεις

1. Από την ισότητα γων(ΝΑΜ)=80ο οπότε γων(ΝΑΒ)=60ο , τότε το ισοσκελές ΒΑΝ είναι ισόπλευρο. γων(ΒΜΓ)=180ο – γων(Μ2)- γων(Μ1)=180ο - γων(Μ2)-80ο
γων(Μ2)+ γων(Μ2)+40ο =180ο κλπ.

4. α) από την ισότητα των τρ. ΑΜΓ,ΒΝΓ

β)ΜΟΒ=ΝΟΓ=
18Ο0 –ΟΝΓ-ΝΓΟ= 18Ο0 –ΟΝΓ-(18Ο0 –Α-ΑΜΟ)=60ο

1. ab= $\frac{1}{2009}$
Εύκολα δείχνουμε ότι $\frac{n-1}{n}<\frac{n}{n+1}$ και βάσει αυτού οι αντίστοιχοι όροι του a είναι μικρότεροι του b. Κατασκευάζουμε τα γινόμενα
a<b τότε a2<ab=$\frac{1}{2009}$=0,00049 κλπ.

7 $\frac{ν^{2}}{ν+3}=\frac{ν^{2}-9+9}{ν+3}=ν-3+\frac{9}{ν+3}$ πρέπει το ν+3 να διαιρεί το 9

ν+3=±1 ή ±3 ή ±9 κλπ



10. ΚΔ=ΚΖ από την ισότητα των ορθ.ΖΑΚ, ΚΑΔ, οπότε ΔΑ=ΑΖ=ΖΒ

δηλαδή ΔΑ=ΑΒ/2 οπότε ΔΒΑ=30ο

άρα Α=60ο

11. xy=2x+2y, y=$\frac{2x}{x-2}=\frac{2\left(x-2\right)+4}{x-2}=2+\frac{4}{x-2}$ επειδή y φυσικός πρέπει το x-2 να διαιρεί το 4
δηλαδή x-2=±1 ή ±2 ή ±4 κλπ.

13. x+y+z=67, x+2y+3z=100 Κέρδος: Κ=3x+9y+13z-300
Λύνουμε τις εξισώσεις ως προς x και y σε συνάρτηση με το z και αντικαθιστούμε στο Κ