

ΘΕΜΑ Α

1. Να δείξετε ότι αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 τότε είναι και συνεχής στο x_0
μον10
2. Να δώσετε την γεωμετρική ερμηνεία του Θεωρήματος ROLLE μον5
3. Να σημειώσετε Σ-Λ για κάθε μία από τις παρακάτω:
 - α) $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$
 - β) Αν η $f(x)$ είναι ένα προς ένα συνάρτηση τότε είναι πάντα και γνησίως μονότονη
 - γ) Αν το όριο της $f(x)$ στο x_0 είναι μηδέν τότε το όριο της $1/f(x)$ στο x_0 είναι $+\infty$
 - δ) Αν η $f(x) = e^{\phi(x)}$ τότε $f'(x) = f^2(x) + 1$
 - ε) Ο ρυθμός μεταβολής της $g(f(x))$ είναι $g'(f(x))$ Μον 2χ5=10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι $f(x) = x^2 - x + 2$, $g(x) = x^3$

- 1 α) Να δείξετε η $g(x)$ αντιστρέφεται και να λυθεί η εξίσωση $g^{-1}(x) = g(x)$
μον8
 - β) Να λυθεί η εξίσωση $g(f(x)) = 8$ μον4
2. α) Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ϵ της γραφικής παράστασης της $g(x)$ στο σημείο της $M(1, g(1))$ μον3
 - β) Να δείξετε ότι η ϵ εφάπτεται στην γραφική παράσταση της $f(x)$ και να βρείτε το σημείο επαφής. μον10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ότι

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + (\beta^2 + \alpha^2)x + 2} \right) - \sqrt{x^2 + 1} = \frac{g(x)}{2x} - \frac{e^{-x^2}}{2}$$

- α) Βρείτε τον τύπο της g σαν συνάρτηση των α, β μον10
- β) Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $g(x)$ στο σημείο της $\Delta(0, g(0))$ είναι παράλληλη της ευθείας $y = 10x$ τότε
 - i) Να βρείτε το μέτρο του $z = \alpha + \beta i$
 - ii) Να δείξετε ότι $1 \leq |z - 2| \leq 5$ μον 8+7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι f, g ορισμένες και παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} ώστε $2f^2(x) - g^3(x) + 9 = 0$ για κάθε x πραγματικό, $f(1) = 3$, $f'(1) = -2$

- α) Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ϵ της γραφικής παράστασης της $g(x)$ στο σημείο της $B(1, g(1))$ μον7
- β) Αν $f(x) = 2\alpha x^2 + \beta x$ τότε να δείξετε ότι υπάρχει x_0 πραγματικός ώστε $g'''(x_0) = 0$, όπου για την g ορίζεται η τρίτη παράγωγος. Μον8
- γ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης g στο διάστημα $[2, +\infty)$.
Μον10