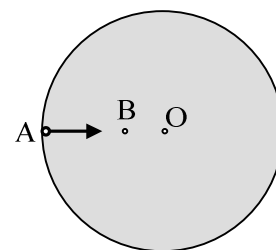


## **ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ**

- 1) Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν πάνω σ' ένα στερεό σώμα, το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι μηδέν, τότε
- η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται.
  - η γωνιακή του ταχύτητα είναι σταθερή.
  - η γωνιακή του επιτάχυνση μεταβάλλεται.
  - η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του μεταβάλλεται.
- 2) Να γράψετε στο τετράδιό σας τα φυσικά μεγέθη από τη Στήλη I και, δίπλα σε καθένα, τη μονάδα της Στήλης II που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Στήλη I	Στήλη II
Ροπή αδράνειας I σώματος ως προς άξονα	N·m
Στροφορμή L στερεού σώματος	rad/s
Γωνιακή ταχύτητα $\omega$	kg·m <sup>2</sup>
Ροπή δύναμης τ ως προς άξονα	F
Συχνότητα f περιοδικού φαινομένου	kg·m <sup>2</sup> /s
	Hz

- 3) Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδο του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου O. Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο A της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο B πλησιέστερα στο κέντρο του. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται:



- πιο αργά
- πιο γρήγορα.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 4) Καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπύσσει. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια:

- απλωμένα
- συνεπτυγμένα.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 5) Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι

- 1 kg·m<sup>2</sup>/s .
- 1 kg·m/s<sup>2</sup> .
- 1 kg·m<sup>2</sup> .
- 1 kg·m/s .

- 6) Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτόν της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

- 7) Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Αν η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I, να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της στροφικής του κίνησης δίνεται από τη σχέση

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 .$$

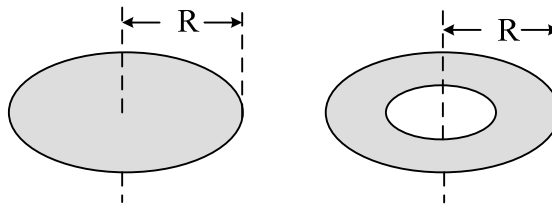
- 8) Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος .

- i) όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.  
 ii) κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα  $v = \omega \cdot r$  ( $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα,  $r$  η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).  
 iii) κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = \frac{v_{cm}}{R}$  ( $v_{cm}$  η ταχύτητα του κέντρου μάζας,  $R$  η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).  
 iv) η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.
- 9) Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Φυσικό μέγεθος	Μέγεθος*	Μονάδες
Ροπή δύναμης ως προς σημείο.		$N \cdot m$
Στροφορμή σώματος.		
Γωνιακή ταχύτητα.	Διανυσματικό	
Ροπή αδράνειας ως προς άξονα.		$kg \cdot m^2$

\* Να γράψετε μία από τις λέξεις μονόμετρο ή διανυσματικό.

- 10) Δίσκος και δακτύλιος με σπή, η μάζα του οποίου είναι ομογενώς κατανεμημένη, όπως στο σχήμα, έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα.



Αν  $I_{\Delta\Sigma}$  και  $I_{\Delta\kappa}$  οι ροπές αδράνειας του δίσκου και του δακτυλίου αντίστοιχα ως προς άξονες κάθετους στο επίπεδο τους που διέρχονται από τα κέντρα τους, τι ισχύει;

- α.  $I_{\Delta\Sigma} > I_{\Delta\kappa}$   
 β.  $I_{\Delta\Sigma} < I_{\Delta\kappa}$ .  
 γ.  $I_{\Delta\kappa} = I_{\Delta\Sigma}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

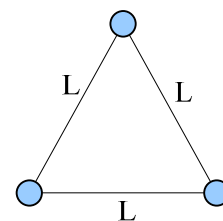
- 11) Σωστό - λάθος

- i) Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.  
 ii) Αν η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.  
 iii) Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.  
 iv) Η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .  
 v) Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.  
 vi) Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.

- 12) Σωστό - λάθος

- i) Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής του.

- ii) Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- iii) Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
- iv) Η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, αν το αλγεβρικό άθροισμα ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.
- v) η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.
- vi) Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$  και της γωνιακής επιτάχυνσης  $\vec{\alpha}$  έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
- 13) Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει :
- α.** η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν
- β.** το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν
- γ.** η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν
- 14) Συμπλήρωση κενών
- i) Το αλγεβρικό άθροισμα των ..... που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής
- ii) Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι .....
- 15) Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα
- α.** είναι ίση με το μηδέν.
- β.** είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
- γ.** αυξάνεται με το χρόνο.
- δ.** μειώνεται με το χρόνο.
- 16) Δύο ομογενείς δακτύλιοι Α, Β των οποίων το πάχος είναι αμελητέο σε σχέση με την ακτίνα τους, έχουν την ίδια μάζα και ακτίνες  $R_A, R_B$  όπου  $R_A > R_B$ . Οι δακτύλιοι περιστρέφονται ο καθένας γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδο τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
- i) Ποιος από τους δύο δακτυλίους έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής;
- ii) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 17) Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα  $m$ , συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους  $L$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:
- α.**  $mL^2$       **β.**  $2mL^2$       **γ.**  $3mL^2$
- Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 18) Σώμα ακίνητο αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t=0$  να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Αν τη χρονική στιγμή  $t_1$  η κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής είναι  $K_1$  και τη χρονική στιγμή  $t_2=2t_1$  είναι  $K_2$ , τότε:
- α.**  $K_2=2K_1$       **β.**  $K_2=4K_1$       **γ.**  $K_2=8K_1$



Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 19) Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα κυλιέται, χωρίς να ολισθαίνει. Η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της μεταφορικής κίνησης είναι ίση με την κινητική του ενέργεια λόγω της στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι:

α. σφαίρα.

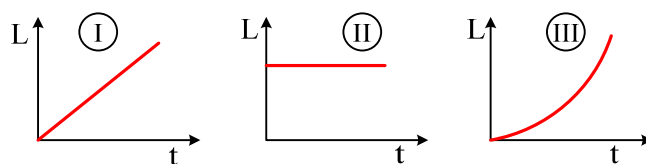
β. λεπτός δακτύλιος.

γ. κύλινδρος.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 20) Ένας κύλινδρος που είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστραφεί γύρω από το σταθερό άξονά του δέχεται την επίδραση σταθερής ροπής.

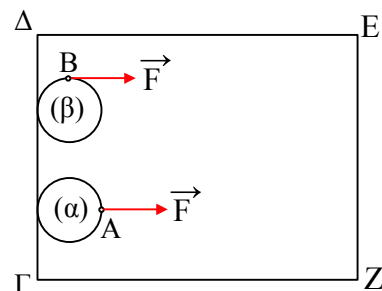
Τη στροφορμή του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο απεικονίζει το σχήμα



α) το i, β) το ii γ) το iii

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- 21) Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου.



Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο  $t_a$  για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο  $t_b$ , τότε:

α.  $t_a > t_b$  β.  $t_a = t_b$  γ.  $t_a < t_b$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 22) Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1$  γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα  $\omega_2$  θα είναι

i)  $\omega_2 = \omega_1$ .

ii)  $\omega_2 > \omega_1$ .

iii)  $\omega_2 < \omega_1$ .

iv)  $\omega_2 = 0$ .

- 23) Ομογενής σφαίρα μάζας m και ακτίνας R κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι  $v_{cm}$ . Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι  $I_{cm} = \frac{2}{5} mR^2$ .

Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι

$$\alpha) \frac{2}{5} m v_{cm}^2 \quad \beta) \frac{7}{10} m v_{cm}^2 \quad \gamma) \frac{9}{10} m v_{cm}^2$$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

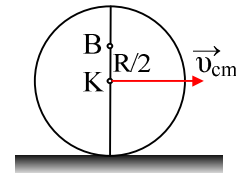
- 24) Τροχός ακτίνας  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν  $v_{cm}$  η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με  $R$ , έχει μέτρο:
- $v_{cm}$ .
  - $2v_{cm}$ .
  - $0$ .
  - $\sqrt{2} v_{cm}$

- 25) Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της:
- θα μείνει σταθερή.
  - θα ελαττωθεί.
  - θα αυξηθεί.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 26) Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του  $K$  είναι  $v_{cm}$ . Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση  $B$  της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση  $R/2$  από το  $K$  θα είναι

$$i) \frac{3}{2} v_{cm} \quad ii) \frac{2}{3} v_{cm} \quad iii) \frac{5}{2} v_{cm}$$



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 27) Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα
- υποτετραπλασιαστεί.
  - υποδιπλασιαστεί.
  - τετραπλασιαστεί.
  - παραμένει αμετάβλητη.

- 28) Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , κυλίνουν σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες  $3\omega$  και  $\omega$ , αντίστοιχα. Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  είναι

$$\alpha) \frac{3}{2} \quad \beta) \frac{1}{2} \quad \gamma) 1$$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 29) Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο σύστημα S.I. είναι
- $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}$
  - $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$
  - $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$
  - $\text{J}\cdot\text{s}$

- 30) Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο
- δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.
  - δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.
  - έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.
  - έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

- 31) Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας  $R$  στρέφεται γύρω

από τον εαυτό του (ιδιοπεριστροφή) με συχνότητα  $f_0$ . Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρικνώσεώς του η νέα συχνότητα ιδιοπεριστροφής του θα είναι

- μεγαλύτερη από την αρχική συχνότητα  $f_0$ .
- μικρότερη από την αρχική συχνότητα  $f_0$ .
- ίση με την αρχική συχνότητα  $f_0$ .

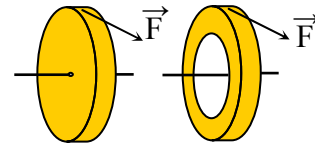
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμα.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 32) Μία σφαίρα κυλιέται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).

- Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.
- Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.
- Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.
- Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

- 33) Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



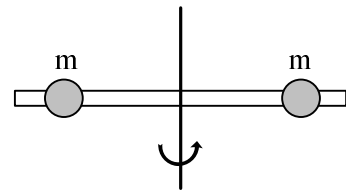
Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις

ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι

- α.**  $\alpha_I = \alpha_{II}$ .    **β.**  $\alpha_I < \alpha_{II}$ .    **γ.**  $\alpha_I > \alpha_{II}$ .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- 34) Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες  $m$  απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής. Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

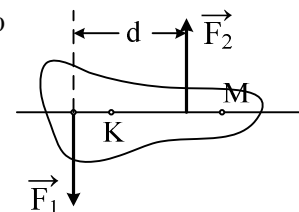


- τετραπλασιάζεται.
- διπλασιάζεται.
- υποδιπλασιάζεται.
- υποτετραπλασιάζεται.

- 35) Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι

- μεγαλύτερη ως προς το σημείο K.
- μεγαλύτερη ως προς το σημείο M.
- ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.

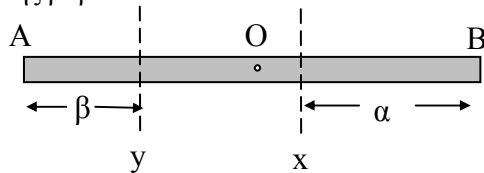
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- 36) Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει :

- η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν
- το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν
- η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν
- η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

- 37) Μια λεπτή και ομογενής ράβδος AB μπορεί να περιστρέφεται είτε γύρω από τον άξονα x είτε γύρω από τον άξονα y. Οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι στη ράβδο και βρίσκονται εκατέρωθεν του μέσου O της ράβδου.



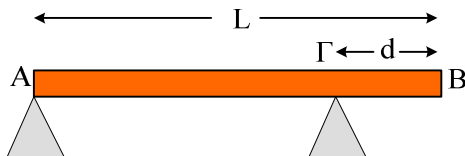
Αν  $\alpha$ ,  $\beta$  είναι η απόσταση κάθε άξονα από τα άκρα της ράβδου, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισχύει  $\alpha > \beta$  ο λόγος των ροπών αδράνειας της ράβδου  $I_x$ ,  $I_y$  ως προς τους άξονες x,y αντίστοιχα είναι

α.  $\frac{I_x}{I_y} = 1$       β.  $\frac{I_x}{I_y} > 1$       γ.  $\frac{I_x}{I_y} < 1$ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.  
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

### Ασκήσεις

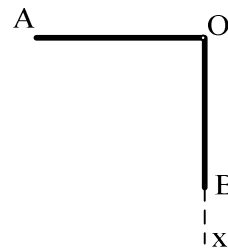
- 1) Ομογενής δοκός AB μήκους  $L=3\text{m}$  και βάρους  $w=50\text{N}$  ισορροπεί οριζόντια, στηριζόμενη στο άκρο A και στο σημείο Γ, που απέχει από το άλλο άκρο B απόσταση  $d=0,5\text{m}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.
- i) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη δοκό στα σημεία A και Γ.
  - ii) Στο άκρο B της δοκού τοποθετείται σώμα βάρους  $w_1$  και παρατηρούμε ότι η δύναμη που ασκείται στη δοκό από το στήριγμα στο άκρο A ελαττώνεται στο μισό.



- iii) Να υπολογίσετε το βάρος  $w_1$  του σώματος.

*Εσπερινά 2002*

- 2) Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι OA και OB, που έχουν μάζα  $M = 4 \text{ kg}$  και μήκος  $L = 1,5 \text{ m}$  η καθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο AOB, που διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος OA είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι  $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$ .



- A. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O.
- B. Από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο O, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκί-

νησης.

Γ. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο  $Ox$ , να υπολογίσετε:

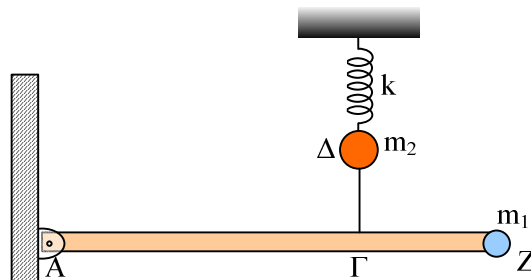
α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.

β. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο  $O$ .

Δίνονται:  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$ .

E.A. 2002

- 3) Ομογενής άκαμπτη ράβδος  $AZ$  έχει μήκος  $L = 4\text{m}$ , μάζα  $M = 3\text{kg}$  και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της  $A$  υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της  $Z$  υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας  $m_1 = 0,6\text{kg}$  και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα  $\Delta\Gamma$  συνδέει το σημείο  $\Gamma$  της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας  $m_2 = 1\text{kg}$  το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100\text{ N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση  $A\Gamma$  είναι ίση με  $2,8\text{m}$ . Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



A. Να υπολογίσετε:

i) τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου  $m_1$  ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο  $A$  και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης.

ii) το μέτρο της τάσης του νήματος  $\Delta\Gamma$ .

B. Αν κόψουμε το νήμα  $\Delta\Gamma$ , το σφαιρίδιο  $m_2$  εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα  $m_1$ , υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο  $A$ .

Να υπολογίσετε:

iii) το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο  $m_2$  από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

iv) το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου  $Z$ , τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται:  $g = 10\text{ms}^{-2}$ , ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της:

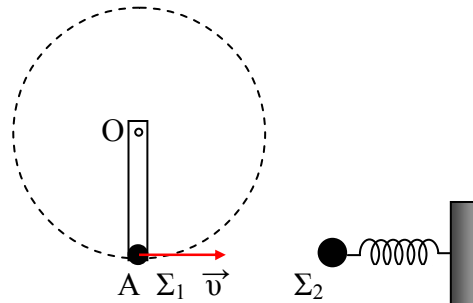
$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{12} M \cdot L^2, \pi = 3,14.$$

E.A. 2003

- 4) Ομογενής στερεά ράβδος  $OA$ , μήκους  $L = 2\text{ m}$  και μάζας  $M = 0,3\text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα (χωρίς τριβές) στο οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο  $O$ . Στο άκρο  $A$  της ράβδου στερεώνεται σφαιρίδιο  $\Sigma_1$  μάζας  $m = 0,1\text{ kg}$ , και το σύστημα ράβδου και σφαιριδίου  $\Sigma_1$  περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 1\text{ rad/s}$ . Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται δεύτερο σφαιρίδιο  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με το  $\Sigma_1$ , προσδεμένο στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς  $K = 20\text{ N/m}$ . Ο άξονας



του ελατηρίου είναι οριζόντιος και εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου  $\Sigma_1$  (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Οι διαστάσεις των σφαιριδίων είναι αμελητέες. Όταν η ταχύτητα  $\vec{v}$  του σφαιριδίου  $\Sigma_1$  έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, το σφαιρίδιο  $\Sigma_1$  αποκολλάται από τη ράβδο και κινούμενο ευθύγραμμα συγκρούεται με το σφαιρίδιο  $\Sigma_2$  με το οποίο ενσωματώνεται.



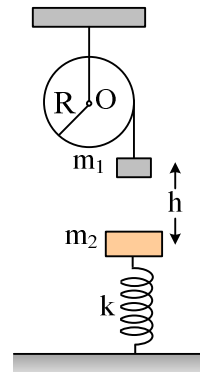
Να βρείτε:

- α. Τη στροφορμή του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου  $\Sigma_1$  ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο O.
- β. Το μέτρο  $v$  της ταχύτητας του σφαιριδίου τη στιγμή που αποκολλάται από τη ράβδο.
- γ. Την περίοδο  $T$  της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου-συσσωματώματος  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .
- δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.

(Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο O,  $I_0 = \frac{1}{3} ML^2$  και  $\pi = 3,14$ ).

- 5) Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας  $R = 0,2 \text{ m}$  και μάζας  $M = 3 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Κάτω από το σώμα  $\Sigma_1$  και σε απόσταση  $h$  βρίσκεται σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$  το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 200 \text{ N/m}$  η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας-σώματος  $\Sigma_1$  να κινηθεί. Μετά από χρόνο  $t = 1 \text{ s}$  το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ , ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

Εσπερινά 2003



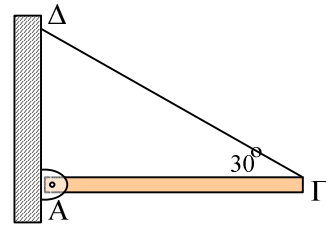
- α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα  $\Sigma_1$  μέχρι την κρούση.
- β. την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.
- γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.
- δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση  $x = 0,1 \text{ m}$ .

Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της:  $I = \frac{1}{2} MR^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Επαναληπτικές Ε.Α. 2004

- 6) Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1m και βάρος 30N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- i) Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.
- ii) Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο.
- iii) Να υπολογίσετε:
- iv) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.
- v) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική της θέση.
- vi) Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση. Δίνονται : η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή είναι  $I_A=1\text{kg}\cdot\text{m}^2$ .

Επαναληπτικές Εσπερινών 2004

- 7) Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας  $m=10\text{ kg}$  και ακτίνας  $R=0,1\text{ m}$  κυλιέται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\varphi$  με  $\eta\mu\varphi=0,56$ . Τη χρονική στιγμή  $t=0$  το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο  $v_0=8\text{m/s}$ . Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή  $t=0$ .

το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησης της.

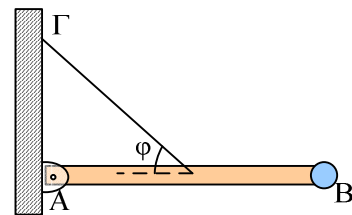
το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει  $\frac{30}{\pi}$  περιστροφές.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της:

$$I = \frac{2}{5} mR^2 \text{ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: } g = 10\text{m/s}^2.$$

Εξετάσεις 2004

- 8) Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος  $\ell = 1\text{ m}$  και μάζα  $M = 6\text{ kg}$ , έχει στο άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της Α μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.



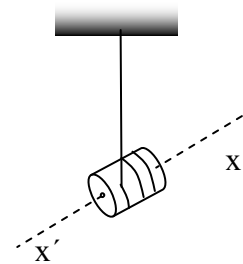
- i) Να υπολογίσετε:
  - a) Το μέτρο της τάσης του νήματος.
  - b) Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου- σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.
- ii) Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:
  - a) Της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.

- b) Της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της:  $I_{cm} = \frac{1}{12} M \ell^2$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Εξετάσεις Εσπερινών 2005

- 9) Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα  $m=0,12\text{kg}$  και ακτίνα  $R=1,5 \cdot 10^{-2}\text{m}$ . Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλιγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα  $x'x$ , ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους  $\ell=20R$ , η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι  $v_{cm}=2\text{m/s}$ .

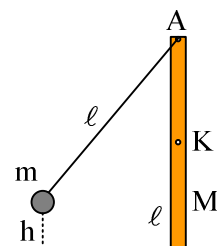


- Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. (Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).
- Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.
- Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι  $v_{cm}=2\text{m/s}$ , το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου  $0,8\text{s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.
- Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή  $t=0$ , μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο  $0,8\text{s}$  από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

Επαναληπτικές Ε.Λ. 2005

- 10) Ομογενής ράβδος μήκους  $\ell=2 \text{ m}$  και μάζας  $M=3 \text{ kg}$ , είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα  $A$ , γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα  $A$  είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος  $\ell$ , στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας  $m=0,5 \text{ kg}$ . Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος  $h=0,8 \text{ m}$  πάνω από το κατώτερο σημείο της ράβδου. Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να βρείτε:

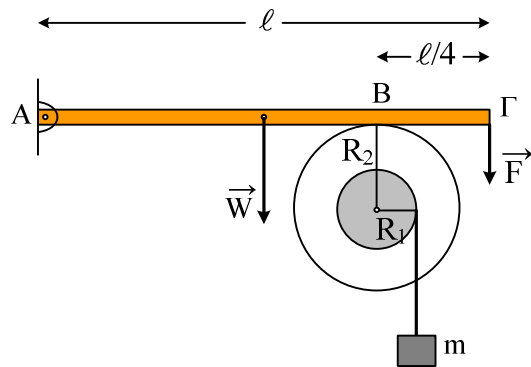


- Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση.
- Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
- Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας  $K$  της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
- Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.
- Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της:  $I_{cm} = \frac{1}{12} M \ell^2$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Εξετάσεις Εσπερινών 2006

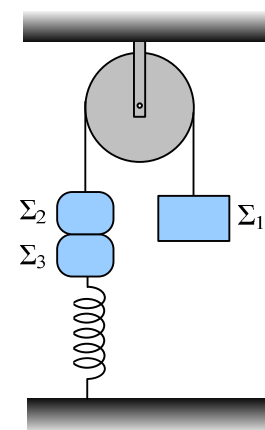
- 11) Ακαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος  $\ell$  και μάζα  $M=3\text{kg}$  έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $F$  μέτρου  $9\text{N}$ , με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες  $R_1=0,1\text{m}$  και  $R_2=0,2\text{m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι  $\ell/4$ . Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι  $I=0,09\text{kgm}^2$ . Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας  $R_1$  είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας  $m=1\text{kg}$ .



- Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.
- Αν το σώμα μάζας  $m$  ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.
- Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m$ , όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5\text{m}$ . Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλιγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.
- Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $0,5\text{m}$ .  
Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

Εξετάσεις Ε.Λ. 2006

- 12) Τροχαλία μάζας  $M = 6\text{kg}$  και ακτίνας  $R = 0,25\text{m}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 4\text{kg}$  και  $m_2 = 1\text{kg}$  αντίστοιχα. Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι κολλημένο με σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = 1\text{kg}$ , το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K = 100\text{N/m}$ . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ( $t_0 = 0$ ), τα σώματα  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  αποκολλώνται και το  $\Sigma_3$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακόρυφου.

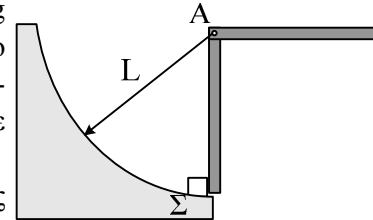


- Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma_3$ .
- Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος  $\Sigma_3$  σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.
- Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ .
- Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή  $t = 0,1\text{ s}$ .

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I = \frac{1}{2} MR^2$  η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και  $g=10\text{m/s}^2$ .

Επαναληπτικές Εξετάσεις Ε.Λ. 2006

- 13) Ομογενής ράβδος μήκους  $L=0,3\text{ m}$  και μάζας  $M=1,2\text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

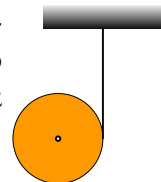


- α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.
- β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση. Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα  $\Sigma$  αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα  $m=0,4\text{ kg}$ . Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας  $L$ , ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι  $\frac{\omega}{5}$ , όπου  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.
- γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma$  αμέσως μετά την κρούση.
- δ. Να βρείτε το ποσοστό της Κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α  $I = \frac{1}{3} ML^2$  και  $g=10\text{ m/s}^2$ .

Εξετάσεις Ε.Λ. 2007

- 14) Στο γιογιό του σχήματος που έχει μάζα  $M=6\text{kg}$  και ακτίνα  $R=0,1\text{m}$ , έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά  $h= 5/3\text{m}$  αποκτά μεταφορική ταχύτητα  $v_{\text{cm}}=5\text{m/s}$ .



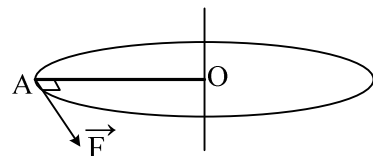
Να βρείτε:

- Α. Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.
- Β. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.
- Γ. Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.
- Δ. Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνονται:  $g=10\text{m/s}^2$ .

Εξετάσεις Εσπερινών 2007

- 15) Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος  $L = 1\text{ m}$  και μάζα  $M = 6\text{ kg}$  είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F$  που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

- α. Η τιμή της δύναμης  $F$ , αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι  $30\pi\text{ J}$ .

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

Δίνονται:  $\sqrt{30}\pi = 7,9$

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο  $I = \frac{1}{12}ML^2$ .

*Επαναληπτικές Εξετάσεις Ε.Λ. 2007*