

Μαθηματικά
Προσανατολισμού
B' Λυκείου

Τράπεζα

lisari team



Θεμάτων

Εκφωνήσεις



η καλύτερη ομάδα...λόγω team-ής

1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

1.1 – 1.2 – 1.3

18603 B

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημεία Δ και E του επιπέδου τέτοια, ώστε $\overrightarrow{A\Delta} = 2\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{AE} = 5\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{A\Gamma}$

- α) Να γράψετε το διάνυσμα $\overrightarrow{\Delta E}$ ως γραμμικό συνδυασμό των \overrightarrow{AB} και $\overrightarrow{A\Gamma}$. (Μονάδες 13)
 β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ είναι παράλληλα. (Μονάδες 12)

18604 B

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E, Z σημεία τέτοια ώστε: $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5} \cdot \overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{2}{7} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$

- α) Να γράψετε τα διανύσματα \overrightarrow{EZ} και \overrightarrow{ZB} ως γραμμικό συνδυασμό \overrightarrow{AB} και $\overrightarrow{A\Delta}$. (Μονάδες 13)
 β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία B, Z και E είναι συνευθειακά. (Μονάδες 12)

20054 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Θεωρούμε τα σημεία P, Λ, K και M του επιπέδου για τα οποία ισχύει η σχέση

$$5\overrightarrow{P\Lambda} = 2\overrightarrow{PK} + 3\overrightarrow{PM}$$

- α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία K, Λ και M είναι συνευθειακά. (Μονάδες 10)
 β) Για τα παραπάνω σημεία K, Λ και M να δείξετε ότι ισχύει $2\overrightarrow{A\Lambda} + 3\overrightarrow{B\Lambda} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BK}$ όπου A και B είναι σημεία του επιπέδου (Μονάδες 15)

1.4

20061 Β (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με τρεις κορυφές τα σημεία $A(1,1)$, $\Gamma(4,3)$ και $\Delta(2,3)$.

- α) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 9)
 β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου τομής K των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$, καθώς και τις συντεταγμένες της κορυφής B . (Μονάδες 16)

20148 Β (Αναρτήθηκε 18 – 11 – 14)

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{\beta} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ και $\vec{\gamma} = (7, 3)$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ είναι μη συγγραμμικά ανά δύο. (Μονάδες 10)
 β) Να γραφεί το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικός συνδυασμός των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 15)

18605 Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{OB} = 3\vec{i} + \vec{j}$ και $\vec{OG} = 5\vec{i} - 5\vec{j}$, όπου \vec{i}, \vec{j} είναι τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των \vec{AB} και \vec{BG} . (Μονάδες 12)
 β) Να εξετάσετε αν τα σημεία A , B και Γ μπορεί να είναι κορυφές τριγώνου. (Μονάδες 13)

20055 Β (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Θεωρούμε τα σημεία $A(\alpha + 1, 3)$, $B(\alpha, 4)$ και $\Gamma(-4, 5\alpha + 4)$, $\alpha \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε τα διανύσματα \vec{AB}, \vec{BG} (Μονάδες 8)
 β) Να βρείτε για ποια τιμή του α , τα A, B, Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 10)
 γ) Αν $\alpha=1$, να βρείτε αριθμό λ ώστε: $\vec{AG} = \lambda\vec{AB}$ (Μονάδες 7)

20071 Β (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Θεωρούμε τα σημεία $A(1 + 2\alpha, 4\alpha - 2)$ και $B(5\alpha + 1, -\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{Z}$

- α) Να γράψετε το \vec{AB} συναρτήσει του α και να βρείτε το α ώστε $|\vec{AB}| = 10$ (Μονάδες 12)
 β) Έστω $\alpha=2$. Να βρείτε σημείο M του άξονα $x'x$ ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ισοσκελές με βάση την AB . (Μονάδες 13)

1.5

18556 B

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ με $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ και $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$

- α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ (Μονάδες 8)
 β) Αν τα διανύσματα $2\vec{a} + \vec{\beta}$ και $k\vec{a} + \vec{\beta}$ είναι κάθετα να βρείτε την τιμή του κ. (Μονάδες 10)
 γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $2\vec{a} + \vec{\beta}$ (Μονάδες 7)

18581 B

Έστω τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ για τα οποία : $2|\vec{a}| = |\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$ και $(\vec{a}, \vec{\beta}) = 60^\circ$

- α) Να αποδείξετε ότι $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 2$ (Μονάδες 10)
 β) Να υπολογίσετε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{a} + \vec{\beta}$ και $\vec{a} - \vec{\beta}$ (Μονάδες 15)

18598 B

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{AB} = (\kappa^2 - 6\kappa + 9, \kappa - 3)$ και $\vec{AG} = (1, 6)$, όπου $\kappa \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{AB} \cdot \vec{AG}$ (Μονάδες 8)
 β) Να βρείτε τις τιμές του κ, ώστε τα διανύσματα \vec{AB} και \vec{AG} να είναι κάθετα. (Μονάδες 9)
 γ) Για $\kappa = 1$ να βρείτε το διάνυσμα \vec{BG} . (Μονάδες 8)

18558 B

Σε τρίγωνο ABΓ είναι: $\vec{AB} = (-4, -6)$, $\vec{AG} = (2, -8)$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος \vec{AM} όπου AM είναι η διάμεσος του τριγώνου ABΓ. (Μονάδες 7)
 β) Να αποδείξετε ότι η γωνία A είναι οξεία. (Μονάδες 10)
 γ) Αν στο τρίγωνο ABΓ επιπλέον ισχύει A(3,1), να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του B και Γ. (Μονάδες 8)

20053 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$ με $|\vec{\beta}| = 2|\vec{a}| = 4$ και $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -8$

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία $(\vec{a}, \vec{\beta})$ (Μονάδες 10)
 β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\beta} + 2\vec{a} = \vec{0}$ (Μονάδες 15)

20056 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Έστω \vec{a} , $\vec{\beta}$ δυο διανύσματα με $|\vec{a}| = 2, |\vec{\beta}| = \sqrt{2}, (\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{5\pi}{6}$ και $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{\beta}$

- α) Να υπολογίσετε τα εσωτερικά γινόμενα $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ και $\vec{\beta} \cdot \vec{u}$. (Μονάδες 16)
 β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος \vec{u} (Μονάδες 9)

20057 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$ με $|\vec{a}| = 1, |\vec{\beta}| = 2, (\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$. Να υπολογίσετε τα εξής:

α) το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων \vec{a} , $\vec{\beta}$ και κατόπιν την τιμή της παράστασης $\vec{a}^2 + \vec{a} \cdot (2\vec{\beta})$ (Μονάδες 10)

β) το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\vec{a} - 2\vec{\beta}$ και $\vec{\beta} + 2\vec{a}$ (Μονάδες 15)

20058 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (-1, \sqrt{3})$ και $\vec{\beta} = (\sqrt{3}, 3)$. Να υπολογίσετε:

α) τη γωνία $(\vec{a}, \vec{\beta})$ (Μονάδες 10)

β) το διάνυσμα $\vec{u} = \vec{a}^2 \cdot \vec{\beta} - (\vec{a} \cdot \vec{\beta})^2 \cdot \vec{a}$ (Μονάδες 15)

20059 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα $\vec{a} = (-1, 3)$ και $\vec{\beta} = (-2, -\frac{1}{2})$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$ (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τον θετικό αριθμό x για τον οποίο τα διανύσματα \vec{u} και $\vec{v} = (x^2, x - 1)$ είναι κάθετα. (Μονάδες 15)

20070 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Έστω \vec{a} , $\vec{\beta}$ δυο διανύσματα του επιπέδου για τα οποία ισχύουν

$$3|\vec{a}| + |\vec{\beta}| = 9, 2|\vec{a}| - |\vec{\beta}| = 1 \text{ και } (\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$$

α) Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων \vec{a} , $\vec{\beta}$ και το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{\beta}$ (Μονάδες 13)

20050 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα διανύσματα: $\vec{a} = (1, 7)$ και $\vec{\beta} = (2, 4)$

α) Να βρεθεί η προβολή του \vec{a} πάνω στο $\vec{\beta}$ (Μονάδες 10)

β) Να αναλύσετε το \vec{a} σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες, από τις οποίες, η μία να είναι παράλληλη στο $\vec{\beta}$. (Μονάδες 15)

20052 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$ με $|\vec{a}| = 1, (\vec{a} + 2\vec{\beta}) \cdot \vec{\beta} = 7$ και $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -1$

α) Να υπολογίσετε τα \vec{a}^2 και $|\vec{\beta}|$ (Μονάδες 6)

β) Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $|\vec{a} + 2\vec{\beta}|$ (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε την προβολή του $\vec{a} + 2\vec{\beta}$ στο διάνυσμα $\vec{\beta}$ (Μονάδες 10)

20069 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (2, -3)$ και $\vec{\beta} = (1, \frac{1}{2})$

- α) Να βρείτε την προβολή του \vec{a} πάνω στο $\vec{\beta}$ (Μονάδες 10)
 β) Να αναλύσετε \vec{a} το σε δύο κάθετες συνιστώσες από τις οποίες η μία να είναι παράλληλη με το $\vec{\beta}$ (Μονάδες 15)

18606 Δ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{OA} = (4, -2)$ $\vec{OB} = (1, 2)$, όπου Ο είναι η αρχή των αξόνων.

- α)** Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα \vec{OA} και \vec{OB} είναι κάθετα. (Μονάδες 4)
β) Αν $\Gamma(\alpha, \beta)$ είναι σημείο της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Α και Β, τότε:
i) να αποδείξετε ότι: $\vec{AB} = (-3, 4)$ και $\vec{AG} = (\alpha - 4, \beta + 2)$ (Μονάδες 5)
ii) να αποδείξετε ότι: $4\alpha + 3\beta = 10$ (Μονάδες 6)
iii) αν επιπλέον τα διανύσματα \vec{OG} και \vec{AB} είναι κάθετα, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ. (Μονάδες 10)

18609 Δ

Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\vec{AB} = (\lambda, \lambda + 1)$, $\vec{AG} = (3\lambda, \lambda - 1)$, όπου $\lambda \neq 0$ και $\lambda \neq -2$, και Μ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ

- α)** Να αποδείξετε ότι $\vec{AM} = (2\lambda, \lambda)$ (Μονάδες 7)
β) Να βρείτε την τιμή του λ για την οποία το διάνυσμα \vec{AM} είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{a} = \left(\frac{2}{\lambda}, -\lambda\right)$ (Μονάδες 8)
γ) Για την τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα **β)**, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 10)

18616 Δ

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν: $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 1$, $(\vec{a}, \vec{\beta}) = 60^\circ$ και

$$\vec{\gamma} = \frac{\kappa}{2} \cdot \vec{a} - \vec{\beta}, \text{ όπου } \kappa \in \mathbb{R},$$

- α)** Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ (Μονάδες 3)
β) Αν ισχύει $\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} = \kappa$, τότε:
i) να αποδείξετε ότι: $\kappa = -2$ (Μονάδες 6)
ii) να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$ (Μονάδες 8)
iii) να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $3\vec{a} + 2\vec{\gamma}$ και $\vec{\beta} - \vec{\gamma}$ είναι κάθετα. (Μονάδες 8)

18618 Δ

- α)** Να εξετάσετε πότε ισχύει καθεμιά από τις ισότητες: $|\vec{u} + \vec{v}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$ και $|\vec{u} + \vec{v}| = \left| |\vec{u}| - |\vec{v}| \right|$ (Μονάδες 10)
β) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν: $\vec{a} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ και $\frac{|\vec{a}|}{3} = \frac{|\vec{\beta}|}{4} = \frac{|\vec{\gamma}|}{7}$.
i) Να αποδείξετε ότι: $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{\beta}$ και $\vec{\beta} \uparrow \downarrow \vec{\gamma}$ (Μονάδες 8)
ii) Να αποδείξετε ότι: $7\vec{a} + 3\vec{\gamma} = \vec{0}$ (Μονάδες 7)

2.1 – 2.2

18575 B

Δίνονται τα σημεία $A(1,2)$ και $B(5,6)$.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B. (Μονάδες 10)
 β) Να αποδείξετε ότι η μεσοκάθετος ε του ευθυγράμμου τμήματος AB έχει εξίσωση την $y = -x + 7$ (Μονάδες 15)

18602 B

Δίνεται η ευθεία (ε): $y+x=1$ και το σημείο $A(2,-4)$.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην (ε). (Μονάδες 10)
 β) Να βρείτε την προβολή του σημείου A πάνω στην ευθεία (ε). (Μονάδες 15)

20066 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές τα σημεία $A(3,1)$, $B(-1,1)$ και $\Gamma(2,4)$.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΑΓ. (Μονάδες 7)
 β) Να βρείτε τις εξισώσεις του ύψους ΒΔ και της διαμέσου ΑΜ. (Μονάδες 18)

20147 Δ (Αναρτήθηκε 18 – 11 – 14)

Δίνονται τα σημεία $A(\lambda+1,\lambda-1)$, $B(2, 2)$ και $\Gamma(4,6)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε την μεσοκάθετο του τμήματος ΒΓ. (Μονάδες 7)
 β) Αν το σημείο A ισαπέχει από τα σημεία B και Γ, να βρείτε την τιμή του λ. (Μονάδες 8)
 γ) Για $\lambda=4$, να βρείτε σημείο Δ ώστε το τετράπλευρο ΑΒΔΓ να είναι ρόμβος. (Μονάδες 10)

20072 B B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Θεωρούμε μια ευθεία (ε) και ένα σημείο $A(6, -1)$ εκτός της (ε).

Έστω $M(2, 1)$ η προβολή του A στην (ε). Να βρείτε:

- α) Την εξίσωση της ευθείας (ε). (Μονάδες 13)
 β) Το συμμετρικό του A ως προς την (ε). (Μονάδες 12)

20073 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα σημεία $A(2, 3)$, $B(-1, 5)$ και $\Gamma(-2, -4)$.

- α) Να αποδείξετε ότι σχηματίζουν τρίγωνο. (Μονάδες 8)
 β) Να βρείτε το συμμετρικό Δ του B ως προς το μέσο M της ΑΓ. (Μονάδες 10)

18584 B

Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\epsilon_1 : x - 2y - 8 = 0$, $\epsilon_2 : 2x - 4y + 10 = 0$ και το σημείο A της ϵ_1 που έχει τετμημένη το 4.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου A. (Μονάδες 5)
 β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε η οποία διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία ϵ_1 (Μονάδες 10)
 γ) Αν B είναι το σημείο τομής των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 , τότε να βρείτε τις συντεταγμένες του B. (Μονάδες 10)

18587 B

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1 : x - 8y + 16 = 0$ και $\epsilon_2 : 2x + y + 15 = 0$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο M.

Αν οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 τέμνουν τον άξονα $y'y$ στα σημεία A και B αντίστοιχα, τότε:

- α) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων M, A και B (Μονάδες 10)
 β) αν K είναι το μέσο του τμήματος AB, να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος

\overline{MK}

(Μονάδες 15)

18589 B

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 8x - y - 28 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - y + 1 = 0$ οι οποίες τέμνονται στο σημείο M.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M και, στη συνέχεια, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το M και είναι κάθετη στον άξονα $x'x$ (Μονάδες 10)
- β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες που διέρχονται από το M και έχουν συντελεστή διεύθυνσης λ έχουν εξίσωση την: $\lambda x - y - 3\lambda + 4 = 0$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 15)

20063 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Θεωρούμε το ευθύγραμμο τμήμα AB με μέσο M και $A(1, -2)$, $M(-2, 5)$.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου B. (Μονάδες 10)
- β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου ε του ευθυγράμμου τμήματος AB, καθώς και τα κοινά σημεία αυτής με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. (Μονάδες 15)

20065 B (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : x + y + 2 = 0$ και το σημείο $A(5,1)$.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η_1 , η οποία διέρχεται από το A και είναι κάθετη προς την ευθεία ε . (Μονάδες 9)
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η_2 , η οποία διέρχεται από το A και είναι παράλληλη προς τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 7)
- γ) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών η_1 και η_2 και την απόστασή του από την αρχή των αξόνων. (Μονάδες 9)

18592 B

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : x - 3y + 5 = 0$ και $\varepsilon_2 : 3x + y - 5 = 0$

- α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι κάθετες μεταξύ τους. (Μονάδες 9)
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής A των ευθειών ε_1 και ε_2 (Μονάδες 9)
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A και την αρχή O των αξόνων. (Μονάδες 7)

18595 B

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 3x + y + 3 = 0$ και $\varepsilon_2 : x + 2y - 4 = 0$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής A των ευθειών ε_1 και ε_2 (Μονάδες 8)
- β) Αν η ευθεία ε_1 τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο B και η ευθεία ε_2 τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο Γ, τότε:
 - i) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ. (Μονάδες 8)
 - ii) να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία B και Γ έχει εξίσωση την $3x - 4y - 12 = 0$ (Μονάδες 9)

18601 B

Έστω $M(3,5)$ το μέσο ευθυγράμμου τμήματος AB με $A(1,1)$.

- α) Να βρείτε:
 - i) τις συντεταγμένες του σημείου B. (Μονάδες 6)
 - ii) την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B. (Μονάδες 7)
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου K του άξονα $x'x$ έτσι, ώστε να ισχύει $(KA) = (KB)$. (Μονάδες 12)

18600 B

Θεωρούμε την ευθεία ϵ_1 που τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(3,0)$ και $B(0,6)$ αντίστοιχα.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ_1 (Μονάδες 8)
- β) Αν ϵ_2 είναι η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ϵ_1 , τότε να βρείτε:
- i) την εξίσωση της ευθείας ϵ_2 (Μονάδες 9)
- ii) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 (Μονάδες 8)

18621 Δ

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon : 2\kappa x - (1 + \kappa)y + 1 - 3\kappa = 0$ και $\zeta : (1 + 3\kappa)x + (\kappa - 1)y + 2 - 6\kappa = 0$

- α) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του κ , ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες. (Μονάδες 10)
- β) Να βρείτε την αμβλεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες (ϵ) και (ζ). (Μονάδες 15)

18610 Δ

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1 : 2\chi - \psi - 10\lambda + 16 = 0$ και $2\epsilon : 10\chi + \psi - 2\lambda - 4 = 0$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

- α) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου λ οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 τέμνονται, και να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους M (Μονάδες 7)
- β) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου λ το σημείο M ανήκει στην ευθεία $\epsilon : 8\chi + \psi - 6 = 0$ (Μονάδες 7)
- γ) Αν η ευθεία ϵ τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία A και B αντίστοιχα, τότε:
- i) να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ζ που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και είναι παράλληλη προς την ευθεία AB (Μονάδες 5)
- ii) αν K είναι τυχαίο σημείο της ευθείας ζ , να αποδείξετε ότι $(KAB) = \frac{9}{4}$ (Μονάδες 6)

18612 Δ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + 2xy + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει γεωμετρικά δύο ευθείες γραμμές ϵ_1 και ϵ_2 οι οποίες είναι παράλληλες μεταξύ τους. (Μονάδες 7)
- β) Αν $\epsilon_1 : x + y - 2 = 0$ και $\epsilon_2 : x + y - 4 = 0$, να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ϵ των ϵ_1 και ϵ_2 (Μονάδες 8)
- γ) Αν A είναι σημείο της ευθείας ϵ_1 με τεταγμένη το 2 και B σημείο της ευθείας ϵ_2 με τεταγμένη το 1, τότε:
- i) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B (Μονάδες 2)
- ii) να βρείτε τις συντεταγμένες δύο σημείων Γ και Δ της ευθείας ϵ έτσι, ώστε το τετράπλευρο $A\Gamma B\Delta$ να είναι τετράγωνο. (Μονάδες 8)

18613 Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2xy - 3\lambda x + 3\lambda y + 2\lambda^2 = 0$, με λ διαφορετικό του 0.

- α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει στο επίπεδο, δύο ευθείες παράλληλες μεταξύ τους, καθεμιά από τις οποίες έχει κλίση ίση με 1. (Μονάδες 12)
- β) Αν το εμβαδόν του τετραγώνου του οποίου οι δύο πλευρές βρίσκονται πάνω στις ευθείες του ερωτήματος α) είναι ίσο με 2, να βρείτε την τιμή του λ . (Μονάδες 13)

18620 Δ

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : (2\lambda - 1)x + y - 5 = 0$, $\varepsilon_2 : (\lambda^2 + 3)x - y - 15 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ και το σημείο $A(2, -1)$.

- α) Να αποδείξετε ότι, για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ευθείες τέμνονται. (Μονάδες 7)
- β) Αν οι ευθείες τέμνονται στο σημείο A , να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 10)
- γ) Έστω $\lambda=2$ και B, Γ τα σημεία που οι ε_1 και ε_2 τέμνουν τον άξονα $y'y$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 8)

2.3

20062 Β (Αναρτήθηκε 15 – 11 – 14)

Δίνονται τα σημεία $A(1, -2)$ και $B(2, 3)$.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ που διέρχεται από τα σημεία A, B . (Μονάδες 11)
 β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $OK\Lambda$, όπου O είναι η αρχή των αξόνων και K, Λ είναι τα σημεία τομής της ϵ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα. (Μονάδες 14)

20140 Β (Αναρτήθηκε 18– 11 – 14)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(3,2)$, $B(-3,1)$ και $\Gamma(4,0)$.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AB . (Μονάδες 9)
 β) Να υπολογίσετε το ύψους $\Gamma\Delta$ καθώς και την εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται το ύψος αυτό. (Μονάδες 16)

18611 Β

Δίνεται η ευθεία $\epsilon : x - 4y - 7 = 0$ και τα σημεία $A(-2,4)$ και $B(2,6)$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου M της ευθείας ϵ το οποίο ισαπέχει από τα σημεία A και B (Μονάδες 7)
 β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου MAB (Μονάδες 8)
 γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία $K(x, y)$ για τα οποία ισχύει $(KAB) = (MAB)$ ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις τις: $x - 2y - 5 = 0$ και $x - 2y - 25 = 0$ (Μονάδες 10)

18614 Β

Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1 : 3x + y + 3 = 0$ και $\epsilon_2 : x + 2y - 4 = 0$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής A των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 (Μονάδες 5)
 β) Αν η ευθεία ϵ_1 τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο B και η ευθεία ϵ_2 τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο Γ , τότε:
 i) να βρείτε εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία B και Γ (Μονάδες 5)
 ii) να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ (Μονάδες 5)
 γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία $K(x, y)$ για τα οποία ισχύει $(KB\Gamma) = (AB\Gamma)$ ανήκουν σε δύο παράλληλες ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις. (Μονάδες 10)

18615 Β

Θεωρούμε ευθύγραμμο τμήμα AB που είναι παράλληλο προς την ευθεία $\epsilon : y = x$ με $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και $x_1 < x_2$. Αν το σημείο $M(3,5)$ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB και το γινόμενο των τετμημένων των σημείων A και B ισούται με 5, τότε:

- α) να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων A και B . (Μονάδες 13)
 β) να αποδείξετε ότι $(OAB) = 4$, όπου O είναι η αρχή των αξόνων. (Μονάδες 5)
 γ) να αποδείξετε ότι τα σημεία $K(x, y)$ για τα οποία ισχύει $(KAB) = 2(OAB)$ ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις τις: $x - y - 2 = 0$ και $x - y + 6 = 0$ (Μονάδες 7)

18622 Β

Δίνονται τα σημεία $A\left(1, \frac{-3}{2}\right)$, $B(2,-1)$ και $\Gamma\left(\mu, \frac{\mu-4}{2}\right)$, όπου $\mu \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων \overline{AB} και $\overline{B\Gamma}$ (Μονάδες 8)

- β) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$ το σημείο Γ ανήκει στην ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και B . (Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε την τιμή του μ έτσι, ώστε $\mu \cdot \overrightarrow{B\Gamma} = -\overrightarrow{AB}$ (Μονάδες 6)
- δ) Για την τιμή του μ που βρήκατε στο ερώτημα γ), να αποδείξετε ότι $(OB\Gamma) = 1$, όπου O είναι η αρχή των αξόνων. (Μονάδες 3)

18623 B

Δίνονται τα σημεία $A(3,4)$, $B(5,7)$ και $\Gamma(2\mu+1, 3\mu-2)$, όπου $\mu \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων \overrightarrow{AB} και $\overrightarrow{B\Gamma}$ και, στη συνέχεια, να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B και Γ δεν είναι συνευθειακά για κάθε τιμή του μ . (Μονάδες 8)
- β) Να αποδείξετε ότι:
- i) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ δεν εξαρτάται από το μ . (Μονάδες 5)
 - ii) για κάθε τιμή του μ το σημείο Γ ανήκει σε ευθεία ε , της οποίας να βρείτε την εξίσωση. (Μονάδες 7)
- γ) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά γιατί το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ παραμένει σταθερό, ανεξάρτητα από την τιμή του μ ; (Μονάδες 5)

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

20060 B

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (1, -1)$ και $\vec{\beta} = (3, 0)$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u} = 4\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{\beta}$ (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει συντελεστή διεύθυνσης $\frac{\vec{u}^2}{5}$ και διέρχεται από το σημείο A $(1, \vec{a} \cdot \vec{\beta} + 2)$ (Μονάδες 15)

20068 B

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με A(-5,4), B(-1,6), Γ(4,1) και σημείο M της πλευράς AB για το οποίο ισχύει $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB}$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος \vec{AB} (Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου M. (Μονάδες 9)

γ) Αν το σημείο M έχει συντεταγμένες $(-4, \frac{9}{2})$, να υπολογίσετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία Γ, M. (Μονάδες 10)

18617 Δ

Δίνονται τα διανύσματα \vec{a} και \vec{b} με μέτρα 2, 6 αντίστοιχα και $\varphi \in [0, \pi]$ η μεταξύ τους γωνία.

Επίσης δίνεται η εξίσωση $(\vec{a}\vec{b} + 12)x + (\vec{a}\vec{b} - 12)y - 5 = 0$ (1)

α) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\varphi \in [0, \pi]$. (Μονάδες 3)

β) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$, να αποδείξετε ότι $\vec{b} = 3\vec{a}$ (Μονάδες 7)

γ) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να αποδείξετε ότι $\vec{b} = -3\vec{a}$ (Μονάδες 7)

δ) Αν η παραπάνω ευθεία είναι παράλληλη στην διχοτόμο πρώτης και τρίτης γωνίας των αξόνων, να αποδείξετε ότι $\vec{b} \perp \vec{a}$ (Μονάδες 8)