

91. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις

α. $\frac{(1-2x)(x-3)}{2} + 2x > -(x+1)^2$, β. $\frac{x+3}{5} - \frac{(x-1)^2}{4} < \frac{5}{4}x - (\frac{x}{2} + 2)^2$

92. Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων

$\frac{x(x+1)}{2} - \frac{(2x+1)^2}{8} > \frac{3x+1}{4} - \frac{1}{8}$ και $(x-1)(x+1) < (x-4)^2 - 25$.

93. Τρεις διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί έχουν άθροισμα μεγαλύτερο από 12 και μικρότερο από 17. Να βρείτε τους τρεις αυτούς αριθμούς.

94. Ένας φυσικός αριθμός είναι μεταξύ 59 και 68 και όταν διαιρεθεί με 12 αφήνει υπόλοιπο 5. Να βρεθεί ο αριθμός αυτός.

95. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις:

α. $|2-5x| < 9$ β. $|x| > x$ γ. $|x-3| \leq 1$
δ. $3 + |x-3| > 9$ ε. $1 \leq |2x-5| \leq 4$ στ. $||x|-5| < 2$.

96. Να βρείτε που συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$|3x|-2 \geq |x|+8$ και $\frac{2|x|-3}{4} < \frac{|x|+1}{3}$.

97. Για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$x^2 + 2x < -3$

$x^2 - 2x - 15 < 0$

$x - 2 > 0$

98. Να λυθεί η ανίσωση $|x^3 - 1| \leq x^2 + x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

99. Να λύσετε την κάθε μία από τις παρακάτω ανισώσεις: $|2x-3| < 7$ και $|x| \geq 1$ και έπειτα να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες αληθεύουν ταυτόχρονα.

100. Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο $x^2 - 14x + 50$ παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 5 και μικρότερες του 26;

101. Δίνεται η παράσταση $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$.

Να αποδείξετε ότι :

α. αν $af(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τότε η $f(x) = 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες

β. αν για κάποιο αριθμό $\xi \in \mathbb{R}$ ισχύει $af(\xi) < 0$ τότε η $f(x) = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές.

102. Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 8x + 12 = 0$.

α) Ποιες είναι οι ρίζες του;

β) Όταν το x μεταβάλλεται από 3 έως 5, το πρόσημο του $x^2 - 8x + 12$ μεταβάλλεται; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

103. Ναδειχθεί ότι για κάθε $x \in (1, 4)$ το κλάσμα $A = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x + 1}$ είναι αρνητικό.

104. Δίνεται το τριώνυμο $4x^2 + 2x - 1$

α) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται ίσο με 0;

β) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται θετικό;

γ) Για ποιες τιμές του x το τριώνυμο γίνεται αρνητικό;

105. Αν το τριώνυμο $f(x) = x^2 + \beta x + \gamma$ έχει $\Delta < 0$, ποια από τις παρακάτω ανισώσεις αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x ;

A. $f(x) < 0$ B. $-3f(x) \geq 0$ Γ. $(x^2 + 1) \cdot f(x) > 0$ Δ. $\frac{f(x)}{x^2 + 1} < 0$

106. Δίνεται η παράσταση $\varphi(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, με $a \neq 0$.

α. Να αποδείξετε ότι, αν $\varphi(\kappa)\varphi(\lambda) < 0$, όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ τότε η $\varphi(x)$ έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες και μία από αυτές ανήκει στο διάστημα (κ, λ) .

β. Με τη χρήση του α να αποδείξετε ότι η $\varphi(x) = (x-2)(x+3) + (x+2)(x-3) - (2-x)(3-x)$ έχει δύο πραγματικές ρίζες μία από τις οποίες είναι στο διάστημα $(2, 3)$.

107. Να βρείτε το $\psi = -x^2 + 4x - 1$ όταν $x \in \mathbb{R}$.

108. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - (\lambda - 1)x - 2 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$, να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες έχουμε $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 < \lambda - 3$.

109. Το άθροισμα δύο θετικών αριθμών είναι σταθερό. Ναδειχθεί ότι το γινόμενό τους γίνεται μέγιστο όταν οι αριθμοί αυτοί είναι ίσοι.

110. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ρίζες της $f(x) = -7x^2 + 2x - (3\lambda - 2)$ περιέχονται μεταξύ των αριθμών $-1, 1$.