

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ  
ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

Όνοματεπώνυμο.....

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.  
Οι απαντήσεις να γραφούν στο καθαρό.

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Έστω πολυώνυμο  $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ , όπου  $\alpha_n, \dots, \alpha_1, \alpha_0 \in \mathbb{R}$  και  $n \in \mathbb{N}$ .

α. Τι λέγεται βαθμός του πολυωνύμου;

**Μονάδες 3**

β. Τι λέγεται ρίζα του πολυωνύμου;

**Μονάδες 2**

**B.** Να αποδείξετε ότι, αν  $\theta_1, \theta_2 > 0$ ,  $0 < a \neq 1$  ισχύει  $\log_a\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \log_a \theta_1 - \log_a \theta_2$ . **Μονάδες 10**

**Γ.** Να γράψετε στο γραπτό σας τους αριθμούς των προτάσεων και δίπλα το χαρακτηρισμό τους σαν «Σωστή» ή «Λάθος»:

**I.** Ένα γραμμικό σύστημα με δύο εξισώσεις και δύο αγνώστους και ορίζουσα  $D = 0$  είναι πάντα αδύνατο.

**II.** Η συνάρτηση  $f(x) = \rho \eta \mu(\omega x)$  με  $\rho, \omega > 0$  έχει περίοδο  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

**III.** Η σχέση  $P(x) = (2x + 1)(x^2 + 2) + (x - 3)$ , με  $x \in \mathbb{R}$ , μας δείχνει τη διαίρεση  $P(x) : (2x + 1)$ .

**IV.** Η συνάρτηση  $f(x) = e^x$  είναι γνήσια αύξουσα.

**V.** Για κάθε  $x, \psi > 0$  και  $\psi \neq 1$  ισχύει  $\ln\left(\frac{x}{\psi}\right) = \frac{\ln x}{\ln \psi}$ . **Μονάδες 5X2**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu 2x$ , και  $g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$  και  $h(x) = 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α. Να βρείτε την ελάχιστη, την μέγιστη και την περίοδο της συνάρτησης  $f$ . **Μονάδες 10**

β. Να βρείτε τις τεταγμένες των σημείων τομής των γραφικών παραστάσεων των  $C_g, C_h$  στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ . **Μονάδες 15**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Το πολυώνυμο  $f(x) = x^4 + x^3 + ax^2 + 3x + \beta$ , με  $a, \beta \in \mathbb{R}$ , έχει ρίζα το 1 και η γραφική του παράσταση τέμνει τον  $\psi\psi$  στο σημείο  $(0, -6)$ .

α. Να δείξετε ότι  $a=1$  και  $\beta=-6$

**Μονάδες 8**

β. Για  $a=1$  και  $\beta=-6$  να βρείτε τις άλλες του ρίζες και να το παραγοντοποιήσετε.

**Μονάδες 10**

γ. Να λύσετε την ανίσωση  $f(x) \geq 0$ , στο  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x - \ln(e^x - 1)$ .

**A.** Να αποδείξετε:

i. ότι το πεδίο ορισμού της είναι το  $(0, +\infty)$

**Μονάδες 5**

ii.  $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{e^x - 1}\right)$  για κάθε  $x \in (0, +\infty)$ .

**Μονάδες 8**

iii.  $f(x) > 0$  για κάθε  $x \in (0, +\infty)$ .

**Μονάδες 7**

**B.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) - \ln 2 = 0$ .

**Μονάδες 5**

**Χανιά 23 Ιουνίου 2014**

Ο Διευθυντής

Οι καθηγητές

Κούρτης Σπ..

Μπεμπλιδάκης Μάρκος

Τερεζάκης Ι.