Ονοματεπώνυμο..……………………

1ο Γενικό Λύκειο Χανίων **ΣΧΟΛ. ΕΤΟΣ 23- 24**

Τάξη Β

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Τα θέματα ΔΕΝ θα μεταφερθούν στο καθαρό.

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Οι απαντήσεις να γραφούν στο καθαρό

Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες

Θέμα 1ο

Α1 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας , δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

Α. Ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων σχημάτων ισούται με τον λόγο ομοιότητας τους

Β. Αν σ΄ ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $ΑΓ^2 > ΑΒ^2 + ΒΓ^2$ τότε $\hat{B} < 90^0$

Γ. Η γωνία ενός κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι 120^o

Δ. Τομήκος L ενός κύκλου ακτίνας R δίνεται από τον τύποL=2πR

Ε. Τοεμβαδόν ενός κυκλικού τομέα $(0\widehat{AB})$ α rad και ακτίνας R δίνεται από τον τύπο $E=\frac{1}{2}αR$. **Μονάδες 10**

Απάντηση

Α. Σωστή, Β. Λάθος (συνΒ<0), Γ. Σωστή, Δ. Σωστή. Ε. Λάθος ($E=\frac{1}{2}πR^2$)

Α2 . Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των καθέτων πλευρών του στην υποτείνουσα. **Μονάδες 15**

Θεωρία (Θεωρ. IV σελ. 45)

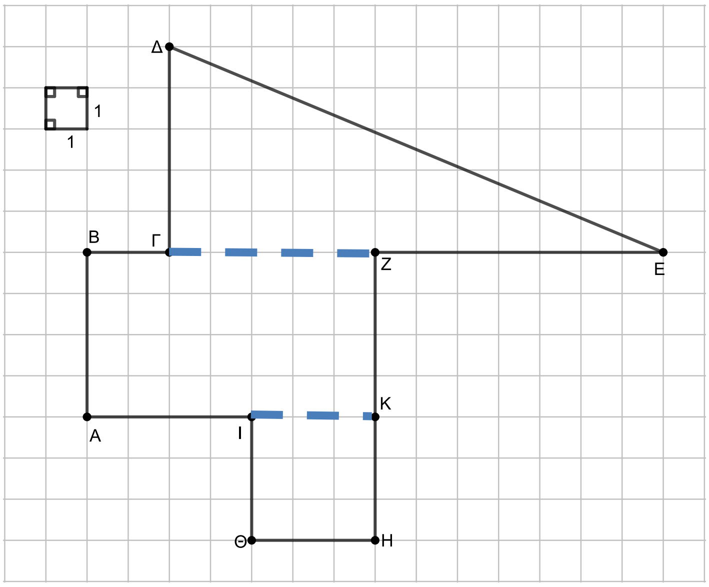
Θέμα 2^{o}

Στο παρακάτω σχήμα:

α. Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΔΕ. **Μονάδες 10**

β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την τεθλασμένη γραμμή ΑΒΓΔΕΖΗΘΙΑ.

Μονάδες 15



Απάντηση

Από το δεδομένο σχήμα έχουμε

ΑΒ=4 μον. μ. ΒΓ= 2μον. μ.

ΓΔ=5 μον.μ., ΕΖ = 7μον. μ

ΖΚ=ΚΗ=4 μον.μ ,ΗΘ = ΘΙ=3 μον.μ

και ΑΙ 4 μον. μ.

Φέρνοντας το τμήμα ΖΕ = 5μον. μ. και το ΙΚ = 3μον.μ. και επειδή οι κορυφές της τεθλασμένης γραμμής είναι σημεία σε ορθογώνιο πλέγμα είναι

ΓΔΕ ορθογώνιο στο Γ, με κάθετες πλευρές 5μον.μ. και 12 μον. μ.

ΑΒΖΚ ορθογώνιο με διαστάσεις 4μον. μ και 7μον. μ. και

ΗΘΙΚ τετράγωνο πλευράς 3 μον. μ. έχουμε

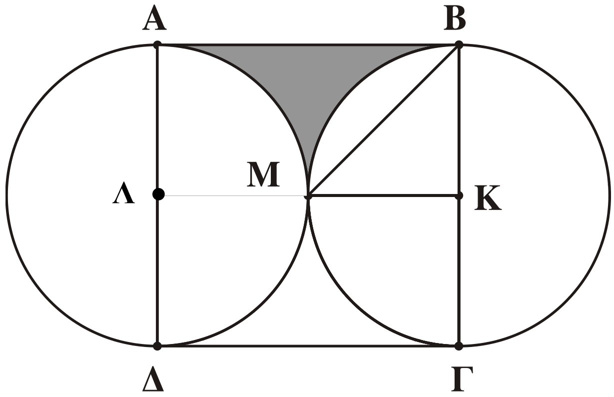
α. ΔΕ = $\sqrt{5^2+12^2} = \sqrt{169}$ = **13 μον. μ.**

β. Το χωρίο (από το σχήμα) αποτελείται από το ορθογώνιο ΑΒΖΚ, το ορθογώνιο τρίγωνο ΓΔΕ και το τετράγωνο ΗΘΙΚ οπότε έχει εμβαδόν

Ε = (ΑΒΖΚ)+(ΓΔΕ)+(ΗΘΙΚ) = $4\cdot 7+\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 12+3^2 = 28+30+9 = 67$ τετ. μον.

Θέμα 3ο

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 4cm . Με διαμέτρους ΑΔ και ΒΓ γράφουμε κύκλους που εφάπτονται στο σημείο Μ, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Να υπολογίσετε:

α. Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα του κύκλου (Κ, ΚΜ) με τόξο ΜΒ. **Μονάδες 12**

β. Το εμβαδόν του μεικτόγραμμου τριγώνου ΑΜΒ. **Μονάδες 13**

Απάντηση

α. Έστω Λ το κέντρο του κύκλου με διάμετρο την ΑΔ **.**

Έτσι η διάκεντρος ΚΛ είναι μεσοπαράλληλη των ΑΒ και ΓΔ άρα κάθετη στις πλευρές του τετραγώνου.

Έτσι

α. ο τομέας του τόξου ΜΒ είναι τεταρτοκύκλιο του κύκλου (Κ, ΚΜ) οπότε έχει εμβαδόν $E=\dfrac{\pi\cdot 2^2\cdot 90}{360}=\pi$ τετ. μον.

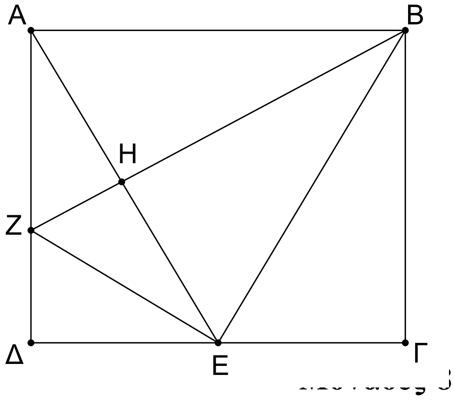
β. Ομοίως ο τομέας του κύκλου (Λ, ΛΜ) έχει εμβαδόν Ε=π, τετ. μον.

Οπότε το μεικτόγραμμο χωρίο ΑΜΒ έχει εμβαδόν

$(M_X) = (ABK\Lambda) - 2\cdot E = 4\cdot 2 - 2\pi = 8 - 2\pi$ τετ. μον.

Θέμα 4ο

Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ και σημείο Ζ στην πλευρά ΑΔ, ώστε $ΑΖ = \frac{3}{4}ΑΒ$.



α) Να αποδείξετε ότι $ΒΖ = \frac{5}{4}ΑΒ$ **Μονάδες 6**

β) Αν το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο, Ε το μέσο της ΓΔ και Η είναι το σημείο τομής των ΑΕ, ΒΖ, να αποδείξετε ότι:

i. $ΒΕ^2 = \frac{5}{4}ΑΒ^2$ και $ΖΕ^2 = \frac{5}{16}ΑΒ^2$, **Μονάδες 6**

ii το τρίγωνο ΒΕΖ είναι ορθογώνιο **Μονάδες 5**

γ. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΕΖ και ΒΓΕ είναι όμοια και να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών του

Απάντηση

α. Επειδή ΒΖ υποτείνουσα στο ορθογώνιο τριγ. ΑΒΖ (ΑΒΓΔ ορθογώνιο) έχουμε (Πυθαγόρειο θεώρημα)

$$ΒΖ = \sqrt{ΑΖ^2+ΑΒ^2} = \sqrt{(\frac{3}{4}ΑΒ)^2+ΑΒ^2} = \sqrt{\frac{9}{16}ΑΒ^2+ΑΒ^2} = \sqrt{\frac{25}{16}ΑΒ^2} = \frac{5}{4}ΑΒ .$$

β. Θεωρώντας ότι το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο έχουμε ΑΒ=ΒΓ=ΓΔ=ΑΔ και $ΔΕ=ΓΕ = \frac{ΑΒ}{2}$.

i. Έτσι (Πυθαγόρειο θεώρημα) στο ορθογώνιο ΒΓΕ (ΑΒΓΔ τετράγωνο) είναι

$$ΒΕ^2 = ΓΕ^2+ΒΓ^2 = +ΑΒ^2 = \frac{5}{4}ΑΒ^2.$$

Επίσης στο ΔΕΖ ορθογώνιο (ΑΒΓΔ τετράγωνο) είναι $ΔΖ = ΑΔ–ΑΖ= ΑΒ\frac{3}{4}ΑΒ = \frac{1}{4}ΑΒ$

και από το Πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει

$$ΖΕ^2 = ΔΕ^2+ΔΖ^2 = (\frac{ΑΒ}{2})^2+\left(\frac{1}{4}ΑΒ\right)^2 = \frac{ΑΒ^2}{4}+\frac{ΑΒ^2}{16} = \frac{5}{16}ΑΒ^2.$$

ii. Στο ΒΕΖ είναι $ΒΕ^2+ΖΕ^2 = \frac{5}{4}ΑΒ^2+\frac{5}{16}ΑΒ^2 = \frac{25}{16}ΑΒ^2 = ΒΖ^2$ (από α) άρα ΒΕΖ ορθογώνιο στο Ε.

γ. Τα ΒΕΖ και ΓΕΔ είναι ορθογώνια (από β και **<u>θεωρώντας ότι και το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο).</u>**

Τότε είναι $\frac{ΒΕ}{ΒΓ} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}ΑΒ}{ΑΒ} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ και $\frac{ΖΕ}{ΓΕ} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{4}ΑΒ}{\frac{ΑΒ}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ άρα $\frac{ΒΕ}{ΒΓ} = \frac{ΖΕ}{ΓΕ}$ και έτσι τα ΒΕΖ και ΒΓΕ είναι όμοια ως ορθογώνια με τις κάθετες πλευρές τους ανάλογες και λόγο ομοιότητας . $λ= \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Επομένως $\frac{(ΒΕΖ)}{(ΒΓΕ)} = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$.