

32. Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια εταιρεία έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων.

ΗΛΙΚΙΕΣ (χρόνια)	x_i	n_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$	$n_i \cdot x_i$
[25,)			x			
[,)			$x+20$			
[,)			$2x$			
[,)			x^2-6x	50		
ΣΥΝΟΛΟ						

- Γ1. Να βρεθούν οι σχετικές συχνότητες $f_i\%$ $i=1,2,3,4$
 Γ2. Αν η διάμεσος της κατανομής των ηλικιών είναι $\delta = 50$ χρόνια, να αποδείξετε ότι το πλάτος της κλάσης είναι $c = 10$
 Γ3. Αφού μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα συμπληρωμένο κατάλληλα, να υπολογίσετε την μέση τιμή x των ηλικιών.
 Γ4. Πόσοι εργαζόμενοι, των οποίων οι ηλικίες ανήκουν στην πρώτη κλάση, πρέπει να προσληφθούν, ώστε η νέα μέση ηλικία να είναι 40 χρόνια;

33. Οι βαθμοί 60 μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών κυμαίνονται από 10 έως 20 και έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Αν:

Η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην κλάση [14, 16) του κυκλικού διαγράμματος είναι 144°

- Οι σχετικές συχνότητες των δύο πρώτων κλάσεων είναι ίσες.
- 48 μαθητές πήραν βαθμό έως 16 και
- 6 μαθητές πήραν βαθμό τουλάχιστον 18, τότε:

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα σωστά συμπληρωμένο.

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ [)	ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΤΙΜΗ x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική συχνότητα	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
ΣΥΝΟΛΟ				

- B2. Να βρείτε τη μέση τιμή χ της βαθμολογίας των μαθητών.
 B3. Να βρείτε πόσοι μαθητές πήραν βαθμολογία από 10 έως 14

B4. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμολογία τουλάχιστον 17

34. Οι πωλήσεις, σε χιλιάδες ευρώ, που έγιναν από τους πωλητές μιας εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους ομαδοποιήθηκαν σε πίνακα συχνοτήτων με κλάσεις ίσου πλάτους. Το αντίστοιχο πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων $f_i \%$ έχει διαδοχικές κορυφές τις:
- $A(8, 0)$ $B(10, 10)$ $\Gamma(12, 20)$ $\Delta(14, y_\Delta)$ $E(16, y_E)$ $Z(18, 10)$ $H(20, 0)$, όπου y_Δ , y_E οι τεταγμένες των κορυφών Δ και E του πολυγώνου ΑΒΓΔΕΖΗ.

Γ1. Να υπολογιστούν οι τεταγμένες y_Δ , και y_E των κορυφών Δ και E , αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή των πωλήσεων στη διάρκεια του έτους είναι 14200 ευρώ και το ευθύγραμμο τμήμα ΔE είναι παράλληλο προς τον οριζόντιο άξονα

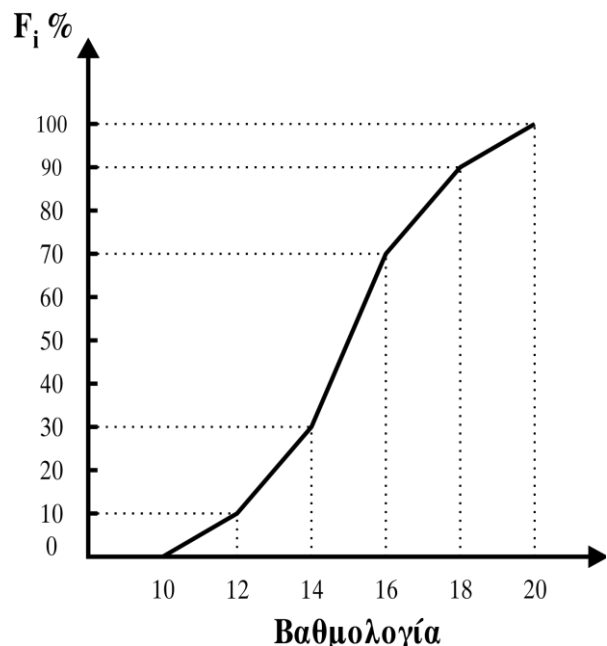
Γ2. Να σχεδιαστεί το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων

Γ3. Να κατασκευαστεί ο πίνακας των σχετικών συχνοτήτων $f_i \%$ της κατανομής των πωλήσεων που έγιναν από τους πωλητές της εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους.

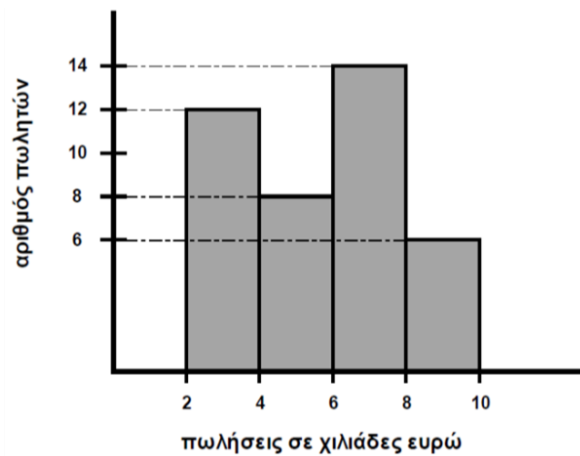
Γ4. Η διεύθυνση της εταιρείας αποφάσισε τη χορήγηση ενός επιπλέον εφάπαξ ποσού σε όσους πωλητές έχουν κάνει ετήσιες πωλήσεις τουλάχιστον 15000 ευρώ. Να υπολογιστεί το ποσοστό των πωλητών που θα λάβουν αυτό το ποσό.

Γ5. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής των πωλήσεων οι οποίες έγιναν από τους πωλητές της εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους και του οριζόντιου άξονα είναι 80. Να βρείτε τον αριθμό των πωλητών που δικαιούνται το εφάπαξ ποσό που αναφέρεται στο Γ4 ερώτημα.

35. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων, που παρουσιάζει τη βαθμολογία μίας ομάδας μαθητών στο μάθημα της Ιστορίας. Η βαθμολογία κυμαίνεται από 10 μέχρι 20. Δίνεται ότι 10 μαθητές έχουν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 12 και μικρότερο του 14.
- α.** Να αποδείξετε ότι ο αριθμός των μαθητών είναι 50.
- β.** Να βρείτε τη διάμεσο.
- γ.** Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων.
- δ.** Επιλέγουμε τυχαία από το δείγμα των 50 μαθητών ένα μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής να έχει βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 16.



36. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το ιστόγραμμα συχνοτήτων, το οποίο παριστάνει τις πωλήσεις σε χιλιάδες ευρώ που έγιναν από τους πωλητές μιας εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους.



B1. Να βρείτε το πλήθος των πωλητών της εταιρείας.

B2. Να κάνετε πίνακα συχνοτήτων (απόλυτων και σχετικών) της κατανομής των πωλήσεων, δικαιολογώντας τη στήλη με τις σχετικές συχνότητες $f_i, i=1, 2, 3, 4$.

B3.α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των πωλήσεων του έτους.

β) Να βρείτε το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5 χιλιάδων ευρώ (θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες).

37. Θεωρούμε δύο δείγματα A και B με παρατηρήσεις:

Δείγμα A: 12, 18, t_3, t_4, \dots, t_{25}

Δείγμα B: 16, 14, t_3, t_4, \dots, t_{25} .

Δίνεται ότι $t_3+t_4+\dots+t_{25}=345$.

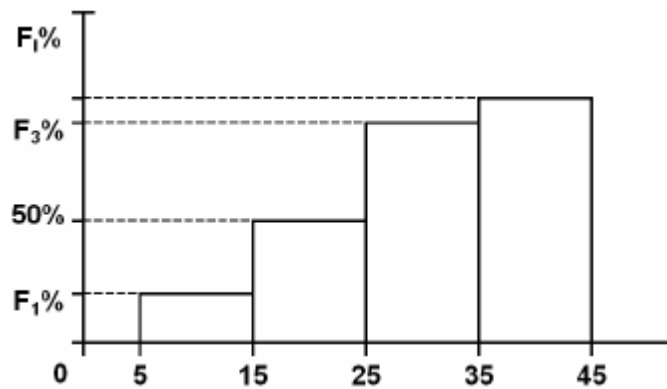
α. Να αποδείξετε ότι οι μέσες τιμές \bar{x}_A και \bar{x}_B των δύο δειγμάτων A και B αντίστοιχα είναι $\bar{x}_A = \bar{x}_B = 15$.

β. Αν s_A^2 είναι η διακύμανση του δείγματος A και s_B^2 είναι η διακύμανση του δείγματος B, να αποδείξετε ότι $s_A^2 - s_B^2 = \frac{16}{25}$.

γ. Αν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος A είναι ίσος με $CV_A = \frac{1}{15}$, να

βρείτε τον συντελεστή μεταβολής CV_B του δείγματος B.

38. Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν οι μαθητές μιας τάξης για να λύσουν ένα μαθηματικό πρόβλημα ανήκουν στο διάστημα $[5,45)$ και έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους. Τα δεδομένα των χρόνων εμφανίζονται στο παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.



- B1. Με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό, να υπολογίσετε τη διάμεσο των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές.
- B2. Στον επόμενο πίνακα συχνοτήτων της κατανομής των χρόνων, να αποδείξετε ότι $\alpha = 8$ και να μεταφέρετε τον πίνακα κατάλληλα συμπληρωμένο στο τετράδιο σας

Χρόνοι (λεπτά)	x_i	v_i	$f_i \%$	N_i	$F_i \%$
[5, ...)		$\alpha + 4$			
[...,)		$3\alpha - 6$			
[...,;.....)		$2\alpha + 8$			
[....., 45)		$\alpha - 2$			
Σύνολο					

- B3. Να βρεθεί η μέση τιμή \bar{x} και η τυπική απόκλιση δ των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές.
- B4. Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 37 λεπτά να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα.