

Κεφάλαιο 1^ο Συναρτήσεις όρια συνέχεια

Ερωτήσεις ανάπτυξης

Ορισμός συνάρτησης	2018 επ A2	2019 A1		
Ισότητα συναρτήσεων	2007 A2	2012επ A2	2016 A2	
Ορισμός συνάρτησης "1-1"	2002 A1	2015επ A2		
Ορισμός τοπικού μεγίστου	2012 A3			
Ορισμός ολικού μεγίστου	2010επ A3	2014 A3		
Αντίστροφη συνάρτηση	2019 A1	2018 A2		
Όριο στο x_0	2002 A3			
Όριο αθροίσματος	2018επ A3			
Κριτήριο παρεμβολής	2016επ A2			
Συνέχεια σε x_0	2009επ B1			
Συνέχεια σε $[\alpha, \beta]$ και σε (α, β)	2004επ A3	2008 A2	2012 A2	2017 A3
Θεώρημα Bolzano	2014επ A2			
Σύνολο τιμών συνεχούς σε διάστημα	2002 A2			

Ερωτήσεις κλειστού τύπου

1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f .
2. Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .
3. Η γραφική παράσταση της $|f|$ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα $x'x$, των τμημάτων της γραφικής παρ. της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα.
4. Αν f και g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα, τότε η $f \circ g$ ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$.
5. Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού $\mathbb{R}$ και ορίζονται οι συνθέσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες.
6. Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$ τότε είναι υποχρεωτικά $f \circ g \neq g \circ f$.
7. Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το $[0, 1]$ και σύνολο τιμών το $[2, 3]$, τότε ορίζεται η $f \circ g$ με πεδίο ορισμού το $[0, 1]$ και σύνολο τιμών το $[2, 3]$.

8. Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$, ώστε $f(x_1) < f(x_2)$.
9. Η συνάρτηση $f(x) = e^{1-x}$ είναι γνησίως αύξουσα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.
10. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x) \geq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$.
11. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο το $f(x_0)$, όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$.
12. Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα.
13. Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης f μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο της f .
14. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ με $x \in \mathbb{R}$ έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου.
15. Μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$ τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$.
16. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ , τότε είναι και 1-1 στο διάστημα αυτό.
17. Μία συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνάρτηση 1-1, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 = x_2$, τότε $f(x_1) = f(x_2)$.
18. Μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .
19. Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη.
20. Η συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο.
21. Κάθε συνάρτηση, που είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, είναι γνησίως μονότονη.
22. Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1-1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.
23. Αν μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύει: $f^{-1}(f(x)) = x$, $x \in A$ και $f(f^{-1}(\psi)) = \psi$, $\psi \in f(A)$.
24. Αν ένα σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση μιας αντιστρέψιμης συνάρτησης f , τότε το σημείο $M'(\beta, \alpha)$ ανήκει στη γραφική παράσταση C' της f^{-1} .

25. Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy και $x'Oy'$.
26. Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο A με την ευθεία $y = x$, τότε το σημείο A ανήκει και στη γραφική παράσταση της f^{-1} .
27. Έστω μια συνάρτηση ορισμένη σ' ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$ και l ένας πραγματικός αριθμός. Τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - l] = 0$.
28. Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.
29. Για κάθε συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, όταν υπάρχει το όριο της f καθώς το x τείνει στο $x_0 \in A$, τότε αυτό το όριο ισούται με την τιμή της f στο x_0 .
30. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.
31. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$ τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .
32. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 .
33. Αν είναι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 .
34. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$, κοντά στο x_0 .
35. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$, αν και μόνο αν $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$.
36. Έστω μια συνάρτηση f που είναι ορισμένη σε ένα σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$.
Ισχύει η ισοδυναμία: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow (\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty)$
37. Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$, τότε κατ' ανάγκη υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.
38. Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$.
39. Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$.

40. Αν υπάρχει το όριο της f στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[k]{f(x)} = \sqrt[k]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}$, εφόσον $f(x) \geq 0$ κοντά στο x_0 , με $k \in \mathbb{N}$ και $k \geq 2$.
41. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$
42. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = +\infty$
43. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$
44. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$
45. Ισχύει ότι: $|\eta \mu x| \leq |x|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
46. Ισχύει ότι: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{x} = 0$.
47. Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma \upsilon \nu x}{x} = 0$
48. Αν είναι $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = 0$.
49. Αν είναι $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = 0$
50. Αν $\alpha > 1$ τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = 0$.
51. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma \upsilon \nu x - 1}{x} = 0$
52. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο x_0 , τότε η σύνθεσή τους $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0 .
53. Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ με $f(\alpha) < 0$ και υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ ώστε $f(\xi) = 0$, τότε κατ' ανάγκη $f(\beta) > 0$.
54. Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς και μη σταθερής συνάρτησης f είναι διάστημα.
55. Αν η συνάρτηση f είναι ορισμένη στο $[\alpha, \beta]$ και συνεχής στο $(\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει πάντοτε στο $[\alpha, \beta]$ μία μέγιστη τιμή.

56. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) , τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A, B) όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$.
57. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (α, β) , τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (A, B) , όπου $A = \lim_{x \rightarrow \alpha^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$.
58. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = 0$, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$.
59. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση:
Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $f(\alpha) \cdot f(\beta) > 0$, τότε
α. η εξίσωση $f(x) = 0$ δεν έχει λύση στο (α, β)
β. η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ακριβώς μια λύση στο (α, β)
γ. η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τουλάχιστον δύο λύσεις στο (α, β) .
δ. δεν μπορούμε να έχουμε συμπέρασμα για το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = 0$ στο (α, β) .
60. Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε η f παίρνει στο $[\alpha, \beta]$ μια μέγιστη τιμή M και μια ελάχιστη τιμή m .
61. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δε μηδενίζεται σ' αυτό, τότε αυτή ή είναι θετική για κάθε $x \in \Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x \in \Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ .
62. Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.
63. Μια πολυωνυμική συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διατηρεί πρόσημο σε κάθε ένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.

Κεφάλαιο 2ο Διαφορικός λογισμός

Ερωτήσεις ανάπτυξης

Παραγωγίσιμη στο x_0	2009	A2				
Συνέχεια λόγω παραγώγου	2000	A2	2007	A2	2013επ A2	2017 A2 2018 A2
Εφαπτομένη στο x_0	2000	A1				
Απόδειξη παραγώγισης βασικών	2008 A1		2009επ A1		2002 A2	2010επ A2 2011επ A1 $y=\ln x $ $y=\sqrt{x}$ $y=\eta\mu x$ $y=\sigma\upsilon\nu x$
Παραγωγίσιμη σε $[\alpha, \beta]$	2010επ	A2	2013	A2		
Θεώρημα Rolle και γεωμ. ερμηνεία	2007επ	A1	2012επ	A3		
Θεώρημα μέσης τιμής και γεωμετρική ερμηνεία	2008	A2	2013	A2	2016	A3 2019επ A3
Θεώρημα σταθερής συνάρτησης	2009	A1				
Θεώρημα Fermat	2011	A1	2013επ	A1	2016επ A1	2017επ A1
Θεώρημα έλεγχου μονοτονίας	2017	A1				
Ορισμός κρίσιμου σημείου	2013επ	A3				
Θεώρημα ύπαρξης τοπικού μεγίστου	2012επ	A1	2016	A1	2019επ A1	
Θεώρημα μη ύπαρξης ακροτάτου	2014	A1	2018επ	A1		
Κριτήριο σημείου καμπής συνάρτησης με f''	2017επ	A2				
Κατακόρυφη ασύμπτωτη	2003επ	A3	2010	A2	2015επ A3	
Η $y=\lambda x+\beta$ ασύμπτωτη στο $+\infty$	2011	A2				
Οριζόντια ασύμπτωτη	2007	A3	2016επ	A3		
Ορισμός κοίλης συνάρτησης	2010	A3	2014	A2		

Ερωτήσεις κλειστού τύπου

64. Κάθε συνάρτηση f που είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.
65. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 , τότε δεν μπορεί να είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .
66. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .
67. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε η f' είναι πάντοτε συνεχής στο x_0 .

68. Αν η f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .
69. Αν η f έχει δεύτερη παράγωγο στο x_0 , τότε η f' είναι συνεχής στο x_0 .
70. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε η συνάρτηση fg είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει: $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.
71. Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g παραγωγίσιμες στο x_0 ισχύει:
 $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$
72. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 και $g(x_0) \neq 0$, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει:
- $$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g(x_0)^2}.$$
73. $(\sin x)' = \cos x, x \in \mathbb{R}$
74. Για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{x/\sin x \neq 0\}$ ισχύει: $(\cos x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
75. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \cos x$. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}_1 = \mathbb{R} - \{x/\sin x \neq 0\}$ και ισχύει $f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.
76. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, x \in \mathbb{R} - \{x/\cos x \neq 0\}$
77. Αν $f(x) = a^x, a > 0$, τότε ισχύει $(a^x)' = a^x \ln a$.
78. Αν $f(x) = \ln x$ για κάθε $x \neq 0$, τότε $f'(x) = \frac{1}{x}$, για κάθε $x \neq 0$.
79. Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει $[\ln |x|]' = \frac{1}{x}$.
80. Ισχύει ο τύπος, $(3^x)' = 3^x \ln 3$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
81. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, και δεν είναι αντιστρέψιμη, τότε υπάρχει κλειστό διάστημα $[a, b]$, στο οποίο η f ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle.
82. Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο (a, b) , αν $f(a) = f(b)$, τότε υπάρχει ακριβώς ένα $\xi \in (a, b)$ τέτοιο ώστε $f'(\xi) = 0$.
83. Κάθε συνάρτηση f για την οποία ισχύει $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in (a, x_0) \cup (x_0, b)$, είναι σταθερή στο $(a, x_0) \cup (x_0, b)$.

84. Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ . Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το Δ .
85. Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ , τότε η παράγωγός της δεν είναι υποχρεωτικά θετική στο εσωτερικό του Δ .
86. Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ , τότε η παράγωγός της είναι υποχρεωτικά αρνητική στο εσωτερικό του Δ .
87. Για κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση f σε ένα διάστημα Δ , η οποία είναι γνησίως αύξουσα, ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$.
88. Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό ελάχιστο της f .
89. Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ , στα οποία η f δεν παραγωγίζεται ή η παράγωγός της είναι ίση με το 0, λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο διάστημα Δ .
90. Έστω δύο συναρτήσεις f, g ορισμένες σε ένα διάστημα Δ . Αν οι f, g είναι συνεχείς στο Δ και $f'(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε ισχύει $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in \Delta$.
91. Έστω συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και σημείο $x_0 \in [\alpha, \beta]$ στο οποίο η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο. Τότε πάντα ισχύει ότι $f'(x_0) = 0$.
92. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0 .
93. Για κάθε συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
94. Η συνάρτηση f με $f'(x) = -2\eta\mu x + \frac{1}{\eta\mu^2 x} + 3$, όπου $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $[\frac{\pi}{2}, \pi)$.
95. Αν $f'(x) = g'(x) + 3$ για κάθε $x \in \Delta$, τότε η συνάρτηση $h(x) = f(x) - g(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ .

96. Έστω f μια συνάρτηση συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ . Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ τότε $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ .
97. Έστω μία συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δύο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Αν $f''(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι κυρτή στο Δ .
98. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δυο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ .
Αν η f είναι κυρτή στο Δ , τότε υποχρεωτικά $f''(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ .
99. Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σε ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται «πάνω» από τη γραφική της παράσταση.
100. Αν μια συνάρτηση f είναι κοίλη σ' ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται κάτω από τη γραφική της παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.
101. Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 . Αν η f είναι κυρτή στο (α, x_0) και κοίλη στο (x_0, β) ή αντιστρόφως, τότε το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι υποχρεωτικά σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f .
102. Για κάθε συνάρτηση f ορισμένη και δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, αν για κάποιο $x_0 \in \mathbb{R}$ ισχύει $f''(x_0) = 0$, τότε το x_0 είναι θέση σημείου καμπής της f .
103. Αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f''(x) > 0$ για κάθε πραγματικό αριθμό x .
104. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μπορεί να τέμνει μια ασύμπτωτή της
105. Υπάρχει πολυωνυμική συνάρτηση βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2, της οποίας η γραφική παράσταση έχει ασύμπτωτη.

Κεφάλαιο 3^ο Ολοκληρωτικός λογισμός

Ερωτήσεις ανάπτυξης

Ορισμός αρχικής συνάρτησης	2011επ Α1	2014επ Α1	2019επ Α2	
Ύπαρξη συνόλου παραγουσών	2001επ Α1	2003επ Α1	2010 Α1	2015επ Α1
Ιδιότητες ολοκληρώματος	2003επ Α3			
Θεμελιώδες θεώρημα ολοκληρωτικού λογισμού	2002 Α1	2008επ Α1	2013 Α1	

Ερωτήσεις κλειστού τύπου

106. Έστω η συνάρτηση f του διπλανού σχήματος.

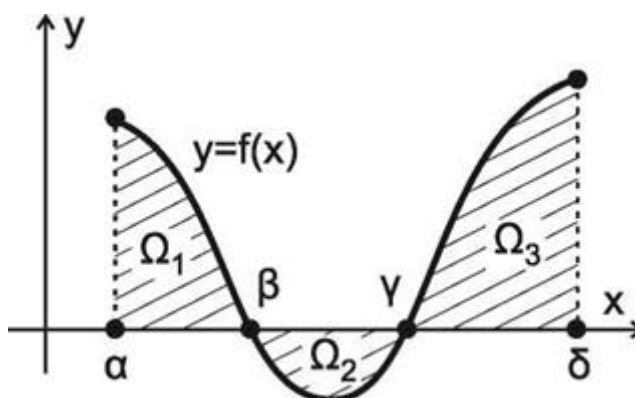
Αν για τα εμβαδά των χωρίων Ω_1, Ω_2 και Ω_3 ισχύει ότι $E(\Omega_1) = 2$, $E(\Omega_2) = 1$ και

$E(\Omega_3) = 3$, τότε το $\int_a^{\beta} f(x)dx$ είναι ίσο

με:

α. 6 β. -4, γ. 4, δ. 0 ε. 2

Μα βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση.



107. Αν η f είναι μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ και a είναι ένα σημείο

του Δ , τότε ισχύει $\left(\int_a^x f(t)dt \right)' = f(x) - f(a)$ για κάθε $x \in \Delta$.

108. Το ολοκλήρωμα $\int_a^{\beta} f(x)dx$ είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων της

C_f , που περικλείονται από αυτή και τον $x'x$ και που, βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ μείον το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$.

109. Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα $[a, \beta]$ και ισχύει $f(x) < 0$ για κάθε $x \in [a, \beta]$, τότε το εμβαδόν του χωρίου Ω που ορίζεται από τη γραφική

παράσταση της f , τις ευθείες $x=a$, $x=\beta$ και τον άξονα $x'x$ είναι $E(\Omega) = \int_a^{\beta} f(x)dx$

110. Για κάθε συνεχή συνάρτηση $f: [a, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $\int_{\beta}^{\alpha} f(x)dx = 0$, τότε

$f(x) = 0$ για κάθε $x \in [a, \beta]$.

111. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[a, b]$ και ισχύει $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [a, b]$, τότε $\int_a^b f(x)dx \geq 0$
112. Αν $\int_a^b f(x)dx \geq 0$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [a, b]$.
113. Για κάθε συνάρτηση f συνεχή στο $[a, b]$, ισχύει: αν $\int_a^b f(x)dx > 0$, τότε $f(x) > 0$ στο $[a, b]$.
114. Αν f συνάρτηση συνεχής στο διάστημα $[a, b]$ και για κάθε $x \in [a, b]$ ισχύει $f(x) \geq 0$ τότε $\int_a^b f(x)dx > 0$.
115. Αν η f είναι συνεχής σε διάστημα Δ και $a, b, \gamma \in \Delta$ τότε ισχύει $\int_a^b f(x)dx = \int_a^\gamma f(x)dx + \int_\gamma^b f(x)dx$
116. Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σ' ένα διάστημα $[a, b]$. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο $[a, b]$, τότε $\int_a^b f(t)dt = G(b) - G(a)$.
117. Αν f, g, g' είναι συνεχείς συναρτήσεις στο διάστημα $[a, b]$, τότε $\int_a^b f(x)g'(x)dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g'(x)dx$.
118. Ισχύει η σχέση $\int_a^b f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) \Big|_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$, όπου f', g' είναι συνεχείς συναρτήσεις στο $[a, b]$.
119. $\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$, όπου f', g' είναι συνεχείς συναρτήσεις στο $[a, b]$.

Οι ερωτήσεις σωστού λάθους (εκτός τρέχουσας εξεταστέας ύλης)

120. Για κάθε συνάρτηση f , παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ , ισχύει:

$$\int f'(x)dx = f(x) + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

121. Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με συνεχή πρώτη παράγωγο, τότε ισχύει:

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

122. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, τότε $\int f(x)dx = xf(x) - \int xf'(x)dx$.

123. Αν η συνάρτηση f έχει παράγουσα σε ένα διάστημα Δ και $\lambda \in \mathbb{R}^*$, τότε ισχύει:

$$\int \lambda f(x)dx = \lambda \int f(x)dx$$

124. Αν f είναι μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ και a είναι ένα σημείο του Δ , τότε $\left(\int_a^{g(x)} f(t)dt \right)' = f'(g(x))g'(x)$ με την προϋπόθεση ότι τα χρησιμοποιούμενα σύμβολα έχουν νόημα.

125. Αν α, β πραγματικοί αριθμοί, τότε: $\alpha + \beta i = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$

126. Για κάθε μιγαδικό αριθμό $z = \alpha + \beta i$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $z - \bar{z} = 2\beta$.

127. Για κάθε $z \in \mathbb{C}$ ισχύει $z - \bar{z} = 2\text{Im}(z)$

128. Η διανυσματική ακτίνα του αθροίσματος δυο μιγαδικών αριθμών είναι το άθροισμα των διανυσματικών ακτινών τους.

129. Η διανυσματική ακτίνα της διαφοράς των μιγαδικών αριθμών $\alpha + \beta i$ και $\gamma + \delta i$ είναι η διαφορά των διανυσματικών ακτινών τους.

130. Οι εικόνες δύο συζυγών μιγαδικών αριθμών $z, \bar{z}$ είναι σημεία συμμετρικά ως προς τον άξονα.

131. Για οποιονδήποτε μιγαδικό αριθμό z ισχύει $|\bar{z}| = |-z|$

132. Αν z είναι ένας μιγαδικός αριθμός τότε για κάθε θετικό ακέραιο n ισχύει $\overline{(z^n)} = (\bar{z})^n$.

133. Η εξίσωση $|z - z_0| = \rho$, $\rho > 0$ παριστάνει τον κύκλο με κέντρο το σημείο $K(z_0)$ και ακτίνα ρ^2 , όπου z, z_0 μιγαδικοί αριθμοί.

134. Αν z_1, z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί, τότε ισχύει $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

- 135.** Για κάθε μιγαδικό αριθμό $z \in \mathbb{C}$ ορίζουμε $z^0 = 1$
- 136.** Για κάθε $z \in \mathbb{C}$ ισχύει $|z^2| = z \bar{z}$.
- 137.** Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ισχύει $|z|^2 = z \bar{z}$.
- 138.** Αν z ένας μιγαδικός αριθμός και $\bar{z}$ ο συζυγής του, τότε ισχύει $|z| = |\bar{z}| = |-z|$.
- 139.** Αν z_1, z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί, τότε ισχύει πάντα $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.
- 140.** Αν z_1, z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί, τότε ισχύει: $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2|$
- 141.** Το μέτρο της διαφοράς δύο μιγαδικών είναι ίσο με την απόσταση των εικόνων τους.
- 142.** Όταν η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $az^2 + bz + \gamma = 0$ με $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$ και $a \neq 0$ είναι αρνητική, τότε η εξίσωση δεν έχει ρίζες στο σύνολο $\mathbb{C}$ των μιγαδικών.