

Δυνάμεις

Το σύμβολο A^x

Με την έκφραση A^x συμβολίζουμε τις εξής παραστάσεις

A. όταν $A \in \mathbb{R}$ και $x \in \mathbb{N}^*$ ισούται με $A \cdot A \cdot A \dots \cdot A$ (x παράγοντες)

B. όταν $A \in \mathbb{R}^*$ και x αρνητικός ακέραιος ισούται με $\frac{1}{A^{-x}}$ (παράδειγμα $x^{-5} = \frac{1}{x^5}$, $x \neq 0$)

Γ. όταν $A \geq 0$ και $x = \frac{\mu}{\nu}$ με $\mu, \nu \in \mathbb{N}^*$ ισούται με $\sqrt[\nu]{A^\mu}$ (παράδειγμα $7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{49}$)
αν $\mu \in \mathbb{Z}$ (ακέραιος) τότε πρέπει $A > 0$.

Για κάθε $A \in \mathbb{R}^*$ $A^0 = 1$

Το 0^0 δεν ορίζεται

Ιδιότητες των δυνάμεων.

Για κατάλληλες βάσεις και για κάθε εκθέτη ισχύουν οι παρακάτω γνωστές ιδιότητες των δυνάμεων.

I. $A^x \cdot A^y = A^{x+y}$

II. $A^x : A^y = A^{x-y}$

III. $(A^x)^y = A^{xy}$

IV. $(AB)^x = A^x \cdot B^x$

V. $\left(\frac{A}{B}\right)^x = \frac{A^x}{B^x}$

Ασκήσεις

30. Αν x οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός, να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

i) $\sqrt[4]{x^6}$ ii) $\sqrt[6]{x^{18}}$ iii) $\sqrt[3]{x^6}$ iv) $\frac{\sqrt{x^2}}{x}$, $x \neq 0$

31. Η παράσταση $\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^6}$ είναι ίση με:

A. $\sqrt[4 \cdot 5]{x^{3 \cdot 5 + 6 \cdot 4}}$

B. $\sqrt[4 \cdot 5]{x^{3+6}}$

Γ. $\sqrt[4+5]{x^3 \cdot x^6}$

Δ. $\sqrt[4 \cdot 5]{x^{3 \cdot 6}}$

Ε. $\sqrt[4+5]{x^{3+6}}$

32. Να γράψετε την παράσταση με την βοήθεια μιας μόνο ρίζας $\sqrt{\sqrt{3^5 3}}$

33. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α. $\frac{2^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{-\frac{5}{6}} \cdot 8^2 \cdot 6^{-2}}$

β. $\left(\frac{a^{-\frac{1}{2}} \cdot \beta}{\alpha \cdot \beta^{-4}}\right)^{-\frac{1}{3}} : \left(\frac{a \cdot \beta^{-1}}{\alpha^3 \cdot \beta^{-2}}\right)^{-\frac{1}{5}}$, με $\alpha, \beta > 0$

34. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $(3x^{\frac{1}{3}} - 5 + 8x^{-\frac{1}{3}}) \cdot (4x^{\frac{1}{3}} + 3x^{-\frac{1}{3}})$

β. γ. $(1 - 2\sqrt[3]{x} - 2x^{\frac{1}{2}})(1 - \sqrt[6]{x})$ με $x > 0$.