

Η ΜΑΓΙΚΗ ΖΩΝΗ



Μία μαγική ζώνη που έχει σχήμα ορθογωνίου, μειώνει το μήκος της κατά $\frac{1}{2}$ και το πλάτος της κατά $\frac{1}{3}$, κάθε φορά που ο ιδιοκτήτης της κάνει μία ευχή. Μετά από τρεις ευχές, η επιφάνειά της γίνεται 4 cm^2 . Πόσο ήταν το αρχικό της μήκος, αν το αρχικό της πλάτος ήταν 9 cm ;

Λύση

Αν το αρχικό πλάτος της ζώνης ήταν 9 cm , τότε μετά τις τρεις ευχές μειώθηκε τρεις φορές κατά $\frac{1}{3}$. Αναλυτικά:

Μετά την πρώτη ευχή, το πλάτος της ζώνης έγινε το $\frac{1}{3}$ του 9 , δηλαδή

$$\frac{1}{3} \cdot 9 = \frac{9}{3} = 3 \text{ cm}$$

Μετά τη δεύτερη ευχή, το πλάτος της ζώνης έγινε το $\frac{1}{3}$ του 3 , δηλαδή

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = \frac{3}{3} = 1 \text{ cm}$$

Μετά την τρίτη ευχή, το πλάτος της ζώνης έγινε το $\frac{1}{3}$ του 1 , δηλαδή

$\frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{3} \text{ cm}$ (δεν μετατρέπουμε τον αριθμό σε δεκαδικό γιατί το αποτέλεσμα θα είναι περιοδικός δεκαδικός αριθμός και έτσι θα αναγκαστούμε να πάρουμε μία προσέγγιση με πεπερασμένο αριθμό δεκαδικών ψηφίων, π.χ. $0,33$, οπότε δεν θα έχουμε ακριβές αποτέλεσμα).

Αφού, μετά τις τρεις ευχές η επιφάνεια της ζώνης είναι 4 cm^2 , και το πλάτος της ζώνης είναι $\frac{1}{3} \text{ cm}$, μπορούμε να βρούμε πόσο είναι το μήκος της ζώνης μετά τις τρεις ευχές. Ας πούμε ότι το μήκος της ζώνης είναι μ , το πλάτος της ζώνης είναι π και η επιφάνεια της ζώνης είναι E . Αφού η επιφάνεια της ζώνης είναι ίση με το μήκος επί το πλάτος, θα έχουμε:

$$E = \pi \cdot \mu$$

$$4 = \frac{1}{3} \cdot \mu$$

$$\mu = 4 \cdot 3$$

$$\mu = 12 \text{ cm}$$

Άρα, το μήκος της ζώνης θα είναι 12 cm μετά την τρίτη ευχή.

Αφού το μήκος της ζώνης μετά την τρίτη ευχή είναι το $1/2$ του μήκους της ζώνης πριν την τρίτη ευχή, άρα το μήκος της ζώνης πριν την τρίτη ευχή είναι διπλάσιο του μήκους της ζώνης μετά την τρίτη ευχή. Οπότε, αφού το μήκος της ζώνης μετά την τρίτη ευχή είναι 12 cm, πριν την τρίτη ευχή θα έπρεπε να είναι το διπλάσιο, δηλαδή $2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$.

Με το ίδιο σκεπτικό, συμπεραίνουμε ότι το μήκος της ζώνης πριν τη δεύτερη ευχή θα έπρεπε να είναι $2 \cdot 24 = 48 \text{ cm}$. Και με τον ίδιο τρόπο, βρίσκουμε ότι το μήκος της ζώνης πριν την πρώτη ευχή θα έπρεπε να είναι $2 \cdot 48 = 96 \text{ cm}$.

Άρα, το αρχικό μήκος της ζώνης, ήταν 96 cm.