Β΄ ΤΑΞΗ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Αν $\alpha>0$ με $\alpha\neq 1$, $\theta>0$ και $k\in\mathbb{R}$, να δείξετε ότι ισχύει:

$$\ell og_{\alpha}\theta^{k} = k\,\ell og_{\alpha}\theta.$$

Μονάδες 9

Β. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α) Για οποιουσδήποτε θετικούς αριθμούς x_1, x_2 ισχύει

$$\ell og\frac{x_1}{x_2} = \frac{\ell og x_1}{\ell og x_2}.$$

β) Το άθροισμα των πρώτων ν όρων αριθμητικής προόδου (α_ν) είναι

$$S_\nu = \frac{\alpha_1+\alpha_\nu}{2}\nu .$$

γ) Αν υ(x) είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου Δ(x) δια του δ(x), όπου δ(x) και υ(x) είναι μη μηδενικά πολυώνυμα, τότε ο βαθμός του υ(x) είναι μικρότερος από τον βαθμό του δ(x).

δ) Εάν α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι οποιασδήποτε αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει $\beta^2=\alpha\gamma$.

Μονάδες 4

Γ. *Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας στις παρακάτω ισότητες, τα κενά που σημειώνονται με ...*

α. $\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}} = \alpha^{\cdots}$

όπου α>0, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος

β. $\alpha^{\ell og_{\alpha}\theta} = \ldots$

όπου θ>0 και α>0 με $\alpha \neq 1$

γ. $\ell og_{\alpha}\alpha^{x} = \ldots$

όπου α>0 με $\alpha \neq 1$ και $x \in \mathbb{R}$

Μονάδες 6

Δ. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε με το είδος της μονοτονίας των συναρτήσεων ημx και συνx.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
ημx					
συνx					

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

α) Να λύσετε την εξίσωση

$$\eta\mu 2x - \sqrt{3}\,\sigma\upsilon\nu x = 0.$$

Μονάδες 13

β) Να αποδείξετε ότι

$$\frac{1-\sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2\eta\mu\alpha+\eta\mu 2\alpha} = \varepsilon\varphi\frac{\alpha}{2}$$

για όλες τις τιμές του α που ορίζεται η ισότητα.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4-8x^3+(5\alpha-1)x^2+8x-3\alpha-6$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.

α. Να κάνετε την διαίρεση του P(x) δια του x^2-1 και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα.

Μονάδες 9

β. Να βρείτε την τιμή του α, ώστε η παραπάνω διαίρεση να είναι τέλεια.

Μονάδες 4

γ. Για α=3, να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης P(x)=0 καθώς και τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης P(x) είναι κάτω από τον άξονα x΄x.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$f(x)=\sqrt{-2\left(\frac{1}{5}\right)^{2x}+3\left(\frac{1}{5}\right)^{x}-1}\,.$$

Μονάδες 13

Β. Δίνεται η συνάρτηση $g(x)=5^x$. Να λύσετε την εξίσωση:

$$g(x)+g(x+1)+g(x+2)+...+g(x+49)=\frac{125(5^{50}-1)}{4}\,.$$

Μονάδες 12

Β΄ ΤΑΞΗ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας μόνο στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.
   Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά την 10.30΄ πρωινή.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ