ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

1)Ασκήσεις στις ταυτότητες:

Αποδείξτε τις παρακάτω ταυτότητες:

α) (x+y)2 + (x – y)2 – 2(x-y)(x+y) = 4y2

b) (x+y+z)2 + (x – y)2 +(y – z)2 +(z – x)2 = 3(x2 + y2 + z2)

c) (χ –α)2 – (χ – β)2 – (α – β)(α+ β – 3χ) = χ(α – β)

d) (4α2 + 9β4)2 – ( 4α2 – 9β4)2 + 5(12αβ2 - 5) +29 – 12αβ2 = (12αβ2 + 2)2

e) (α + β + γ)2 - (α - β - γ)2 + (α + β - γ)2 - (α - β + γ)2 = 8αβ

f) (4χ + 3ψ +5ω)2 – (2χ – ψ + 3ω)2 – ( χ + 3ψ – 2ω)2 = 11χ2 – ψ2 + 12ω2 +22χψ +48ψω +32χω

2) Ασκήσεις στην ταυτότητα

(Α + Β) (Α – Β) = Α2 – Β2

καθώς και στις προηγούμενες ταυτότητες

Αποδείξτε τις ισότητες

α) (χ – 2)(χ + 2)(χ2 + 4) = χ4 -16 β) (αβ – 1)(αβ + 1)(α2β2 +1) = α4β4 – 1

γ) (2α – 1)(2α + 1)(4α2 + 1)(16α4 + 1)(256α8 + 1) = 2562α16 – 1

δ) (5χ + 4ψ)2 – (4χ + 5ψ)2 = 9(χ –ψ)(χ + ψ)

ε) (χ + 3)2 + (χ - 3)2 – 2(χ + 2) (χ – 2) = 26

3) Ασκήσεις στη ταυτότητα

(α + β)3 = α3 +3α2β + 3αβ2 + β3 (α - β)3 = α3 -3α2β + 3αβ2 - β3

Αποδείξτε τις ισότητες

α) (χ + ψ)3 + (χ – ψ)3 + 3 ( χ + ψ)(χ – ψ)2 + 3( χ + ψ)2(χ – ψ) = 8χ3

β) 2(2χ – 2)3 – (χ – 4) (4χ + 2)2 = 108χ

γ) ( α3 + 1)2 – (α2 +1)3 + 3α2(α + 1)2 = 8α3

4) Ασκήσεις με ρίζες.

α)

β) χ, ψ θετικοί αριθμοί

γ) Έστω το πολυώνυμο Ρ(χ) = χ2 + 2χ + 4. Αποδείξτε ότι α) Ρ(- 4) = 12 β) Ρ(

δ) Αν α= και β = υπολογίστε τη παράσταση

α(α - 2

5) Ταυτότητες υπό συνθήκη

α) Αν για τους αριθμούς α,β,γ,δ ισχύει ότι αδ=βγ αποδείξτε ότι (α2 + β2)(γ2 + δ2) = (αγ + βδ)2

β) Αν ισχύει χ – ψ =α και χψ = β αποδείξτε ότι χ3 – ψ3 = α3 + 3αβ

γ)Αν χ + ψ + ω = 0 να αποδείξετε ότι χ2 + ψ2 + ω2 = 2 (ω2 – χψ)

δ) Αν ισχύει α + β = 1 αποδείξτε την ισότητα α3(β+1) – β3(α+1) = α – β .

6) Οι ιδιότητες { α2 = 0 → α = 0 } και { α2 + β2 = 0 → α = β = 0 }

α) Αν ισχύει χ2 – 6χ +9 =0 βρείτε τον αριθμό χ

β) Αν ισχύει 4ψ2 – 4ψ +1 =0 βρείτε τον αριθμό ψ

γ) Αν ισχύει χ2 + ψ2 + 2χ + 1 = 0 βρείτε τους αριθμούς χ , ψ

δ) Αν ισχύει (χ + α)2 + (ψ + β)2 = 4(αχ + βψ) αποδείξτε ότι χ = α και ψ = β

ε) Αν ισχύει χ2 + ψ2 + ψ2 + ω2 – 2χψ – 2ψω =0 αποδείξτε ότι χ= ψ= ω

στ)Αν ισχύει α2 + γ2 =2( αβ + βδ + γδ – β2 – δ2) αποδείξτε ότι α = β = γ = δ.

7) Αν οι α, β , γ είναι οι αποδείξτε ότι

8) Αν οι α, β είναι οι

9) Αν

10)

11)

12)

13)

14)

15)

16)

17) α) Υπολογίστε τις παραστάσεις:

β) Αποδείξτε ότι για όλες τι τιμές της μεταβλητής θα ισχύει

18) Δίνονται οι αριθμοί:

α) Αποδείξτε ότι οι είναι αντίστροφοι μεταξύ τους. β) Αποδείξτε ότι