ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

1) **Κοινός παράγοντας**

α) x3+x2+5x4 b) x4y5- 2ax3y6+4x2y7 c) (a+b)2+ (a+b)(a+c) – (-a-b) d) (a-b)2+(b-a)(b+a)

2) **Ομαδοποίηση**

$$α)χ^{4}+2χ^{3}-χ-2 β) χ+χψ-ψ-1 γ) α^{2}β^{2}χ^{2}-α^{2}χ-β^{2}χ+1 δ) χ^{3}-6χ^{2}+2χ-12$$

$$ε) αχ+βψ+α-βχ-αψ-β στ) 1-χ+χ^{2}-χ^{3}+χ^{4}-χ^{5}+χ^{6}-χ^{7}$$

3) **Διαφορά τετραγώνων**

$$α) 4χ^{2}-9ψ^{2} β) ω^{4}-χ^{2} γ)χ^{4}-ψ^{4} δ) ω^{4}-2^{4} ε) \left(2χ+1\right)^{2}- \left(χ+2\right)^{2} $$

$$στ) 49ω^{2}-\left(4ω+1\right)^{2} ζ) \left(3χ+7\right)^{2}-(ψ+2χ-5)^{2}$$

4) **Οι ταυτότητες (α+β)2, (α-β)2**

$α) 9χ^{2}-30χ+25 β) 16 χ^{2}-8χ+1 γ) 25ω^{2}+4+20ω δ) χ^{2}ψ^{2}+25+10χψ ε) \frac{1}{4}+χ+χ^{2}$

$$στ) χ^{4}+2χ^{2}+1 ζ) α+β+2\sqrt{α}\sqrt{β} α,β θετικοί η) (αβ+1)^{2}+2\sqrt{2}\left(αβ+1\right)+2$$

5) **Το τριώνυμο χ2+Βχ+Γ** Β , Γ συντελεστές χ μεταβλητή.

α) $ψ^{2}+8ψ+15 β) κ^{2}-9κ+14 γ) χ^{2}-10χ+24 δ) χ^{2}+6χ+9 ε) ω^{2}+ω-20 $

στ) $ν^{2}-ν-30 ζ) α^{2}χ^{2}-3αχ+2 η) χ^{2}+(α-2β)χ-2αβ θ) χ^{2}-(α+4β)χ+4αβ$

6) **Διαφορά κι άθροισμα κύβων** α3+β3 , α3-β3

$$α)χ^{3}-27 β) 8ω^{3}-1 γ) 27+8α^{3} δ) ψ^{3}χ^{3}+8α^{3 } ε) \left(α+β\right)^{3}-1 $$

7) **Κοινός παράγοντας + όλα τα παραπάνω**

α) $\left(χ+2\right)χ^{2}+χ\left(χ+2\right)-6\left(χ+2\right) β) α^{3}-16α γ) χ^{6}+χ^{5}+χ^{4}+χ^{3} δ) \left(χ-2\right)^{3}-χ+2$

$$ε) αβ^{2}+25α+10αβ στ) \left(α-β\right)β^{4}+2β^{2}\left(α-β\right)-β+α ζ)χ^{3}-2χ η) χ^{3}-11χ^{2}+10χ $$

$$θ) \left(2χ-1\right)\left(α-β\right)+\left(1-2χ\right)\left(α-β\right)^{3} ι) 7χ^{2}-49χ+84 ια) \left(χ^{2}-6χ+8\right)^{2}-8(χ^{2}-6χ+8)$$

8) **Συμπλήρωση τέλειου τετραγώνου + διαφορά τετραγώνων**

α) $α^{2}-2αβ+β^{2}-4 β) χ^{2}-6χ+9-ψ^{2}-4ψ-4 γ) α^{4}-α^{2}-2α-1 δ)2αβ+1-α^{2}-β^{2}$

$$ε) α^{4}+α^{2}+1 (Υπόδειξη προσθαφαιρέσθε τον όρο α^{2}…) στ) α^{4}+1 ζ) α^{4}-3α^{2}+1 $$

9) **Όλες οι περιπτώσεις**

$$α) (χ^{2}-25)^{2}-\left(χ+5\right)^{2} β) \left(χ^{2}+χ\right)^{2}-14(χ^{2}+χ)+24 γ) \left(17χ^{2}-1\right)^{2}-64χ^{4} $$

δ) $χ^{2}-2χ-ψ^{2}-4ψ-3 ε) α^{3}+αβ^{2}+2α^{2}β-4α στ) χ^{2}(χ+1)(χ+2)-(χ+1)(χ+2)^{2}$

ζ)$α^{2}β+α^{2}γ+αγ^{2}+βγ^{2}+β^{2}α+β^{2}γ+2αβγ (Υπόδειξη 2αβγ=αβγ+αβγ και θα χετε 8 ορους)$

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

1) Λύστε τις εξισώσεις:

α) $χ^{2}-16=0 β) 4χ^{2}-9=0 γ) χ^{3}- 25χ=0 δ) 16χ^{4}-25χ^{2}=0$

ε) $χ^{2}-6χ+8=0 στ) 9χ^{2}+12χ+4=0 ζ) 5χ^{2}+15χ+10=0 η) χ^{3}-χ^{2}-12χ=0$

θ) $χ^{3}-7χ+6=0 \left(Υποδ: -7χ=-6χ-χ….\right) ι) χ^{3}+χ^{2}-χ-1=0$

2) Για τους αριθμούς α,β ισχύει

$$β^{2}-α^{3}+βα-α^{2}β=0$$

Αποδείξτε ότι θα ισχύει $ β=-α ή β=α^{2}$.

3) α) Αποδείξτε ότι ο αριθμός Α διαιρείτε από το 36 όπου $Α= 81^{3}- 45^{3}$

 β) Αποδείξτε ότι ο αριθμός Β είναι πολλαπλάσιο του 7 όπου Β = $2^{64}+2^{65}+2^{66}$

4) Αποδείξτε ότι αν ισχύει για τους α,β η σχέση $ α^{2}= β^{2}$ τότε ο α είναι ίσος με το β ή είναι αντίθετος του β.

5) α) Αποδείξτε ότι για οποιεσδήποτε τιμές των μεταβλητών χ, ψ η παράσταση

$$χ^{4}+χ^{2}ψ^{2}-2χ^{3}ψ$$

παίρνει πάντα τιμές μεγαλύτερες ή ίσες από το μηδέν.

 β) Αποδείξτε ότι για οποιεσδήποτε τιμές των μεταβλητών α, β η παράσταση

$$-α^{2}-9β^{2}+6αβ$$

παίρνει πάντα τιμές μικρότερες ή ίσες από το μηδέν.

6) α) Για τους αριθμούς χ και ψ ισχύει

$$χ^{2}-ψ^{2}+4ψ-4=0$$

Αποδείξτε ότι το $ψ=χ+2 ή ψ= -χ+2.$

 β) Για τους αριθμούς χ και ψ ισχύει

$$x^{2}-ψ^{2}-4χ+2ψ+3=0$$

Αποδείξτε ότι το $ψ=-χ+3 ή ψ=χ-1$. (δανεισμένη από το βιβλίο Β΄Λυκείου κατ/νση)

7) Βρείτε όλες τις τιμές του αριθμού χ για τις οποίες θα ισχύει $Ρ\left(χ\right)=Α(χ)$ όπου

 είναι Α(χ) = $χ^{4}-5χ^{3}+χ και Ρ\left(χ\right)= χ^{4}+4χ^{3}-8χ$ .