

Μαθηματικά Γ Λυκείου Θετικής Κατεύθυνσης
Διαγώνισμα στις συναρτήσεις και όρια

4-12-2005

Θέμα 1^ο:

Δίνεται η συνάρτηση: $\ln \frac{3-x}{x-1}$.

- α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης μονάδες 4
β. Να εξεταστεί αν η f είναι 1-1 μονάδες 3
γ. Να βρεθεί το σύνολο των τιμών της συνάρτησης μονάδες 5
δ. Να βρεθεί, αν ορίζεται, η αντίστροφη συνάρτηση της f μονάδες 5
ε. Είναι η f συνεχής και γιατί; μονάδες 4
ζ. Υπάρχουν ακρότατα; μονάδες 4

Θέμα 2^ο:

A. Να βρεθεί μια συνάρτηση f ώστε να ισχύει: $(f \circ g)(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} + 2$ όταν

$$g(x) = x + \frac{1}{x}, x \neq 0$$
μονάδες 12

B. Να βρεθεί το όριο: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|3x^4 + 2x^3 - 6| - |3x^5 + 2x^4 - 6|}{x - 1}$ μονάδες 13

Θέμα 3^ο:

A. Να βρεθούν οι παράμετροι α, β ώστε να είναι:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 8x} + \sqrt{x^2 + 2} - \alpha x - \beta) = -2$$
μονάδες 13

B. Να βρεθεί το όριο: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 8x + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 - 3x})$ μονάδες 12

Θέμα 4^ο:

A. Αν η f είναι συνεχής στο 4 και $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - \sqrt{2x+1}}{x-4} = \frac{2}{3}$ να βρεθεί το

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$$
μονάδες 13

B. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι συνεχείς στο $[a, b]$ και $\frac{f(a) + f(b)}{g(a) + g(b)} = \frac{a}{b}$

ναδειχτεί ότι υπάρχει $x_0 \in (a, b)$ ώστε $\frac{f(x_0) - a}{g(x_0) - b} = \frac{a}{b}$ μονάδες 12



Καλή επιτυχία
Γ. Καριπίδης, Μαθηματικός