

$$\text{Η εξίσωση } ax^2 + \beta x + \gamma = 0, \quad a \neq 0$$

**Άσκηση 1<sup>η</sup> :**

Ένας μαθητής είπε ότι αν στην εξίσωση  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $a \neq 0$  οι συντελεστές  $a$  και  $\gamma$  είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες. Έχει δίκιο ο μαθητής ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Άσκηση 2<sup>η</sup> :**

Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 - (2\lambda + 1)x + \lambda^2 + \lambda = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad (1)$$

**α.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\lambda$ , δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

**β.** Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1)

**i.** Να κατασκευάσετε εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού η οποία να έχει για ρίζες τους αριθμούς:

$$x_1 - 1 \text{ και } x_2 - 1$$

**ii.** Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου  $\lambda$ , οι ρίζες της εξίσωσης (1) είναι αντίθετες. Ποιες είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1) στην περίπτωση αυτή;

**iii.** Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου  $\lambda$ , οι ρίζες της εξίσωσης (1) είναι αντίστροφες.

**iv.** Να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης:

$$A = (x_1 - \lambda)^{2009} \cdot (x_2 - \lambda)^{2009} + 1$$

είναι ανεξάρτητη από το  $\lambda$ .

**Άσκηση 3<sup>η</sup> :**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 3\lambda x - 27 = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$

**α.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\lambda$ , δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

**β.** Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να υπολογίσετε ως συνάρτηση του  $\lambda$  τις παραστάσεις:

**i.**  $x_1 + x_2$ ,  $x_1 \cdot x_2$ ,  $(x_1 + 3)(x_2 + 3)$ ,  $x_1^2 x_2 + x_1 + x_1 x_2^2 + x_2$

**ii.**  $x_1^2 + x_2^2$ ,  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ ,  $(x_1 - x_2)^2$ ,  $|x_1 - x_2|$     **iii.**  $x_1^3 + x_2^3$  και  $\frac{x_1^2 + 2}{x_2} + \frac{x_2^2 + 2}{x_1}$

**γ.** Αν η μία ρίζα της εξίσωσης ισούται με το τετράγωνο της άλλης, να βρείτε τις ρίζες και το  $\lambda$ .

**Άσκηση 4<sup>η</sup> :**

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα χωρίς να λύσετε τις εξισώσεις:

ΕΞΙΣΩΣΗ	ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΡΙΖΩΝ	ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΡΙΖΩΝ	ΡΙΖΕΣ
$x^2 - 5x + 6 = 0$				
$x^2 + 5x + 6 = 0$				
$x^2 + 5x - 6 = 0$				
$x^2 - 5x - 6 = 0$				
$x^2 - 4x - 21 = 0$				
$x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$				
$x^2 - 2ax + a^2 - 9 = 0$				