ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

Να λύσετε την ανίσωση $2(x-1) - 3(x+2) < 4(x+1) - 5(x-2)$.
Στη συνέχεια, να παραστήσετε τις λύσεις στην ευθεία των αριθμών.

$$\underline{2x} - 2 \underline{-3x} - 6 < \underline{4x} + 4 \underline{-5x} + 10$$

$$2x - 3x - 4x + 5x < 4 + 10 + 2 + 6$$

$$0x < 22$$

ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$

ταυτότητα

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 5

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων: $3x - 5 \leq x + 3$ και $4 < 14 + 5x$.
Στη συνέχεια, να παραστήσετε τις λύσεις στην ευθεία των αριθμών.

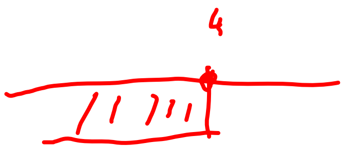
$3x - 5 \leq x + 3$

$3x - x \leq 3 + 5$

$2x \leq 8$

$x \leq \frac{8}{2}$

$x \leq 4$



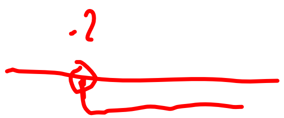
$4 < 14 + 5x$

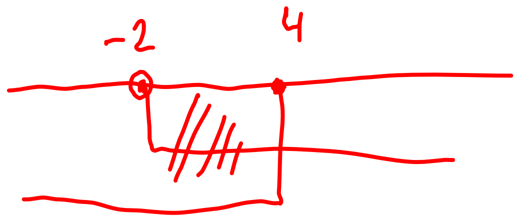
$-5x < 14 - 4$

$-5x < 10$

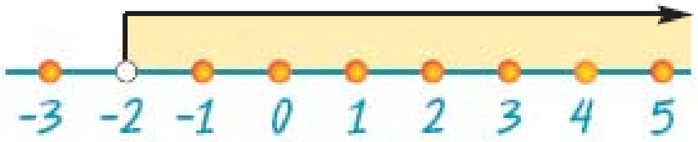
$x > \frac{10}{-5}$

$x > -2$

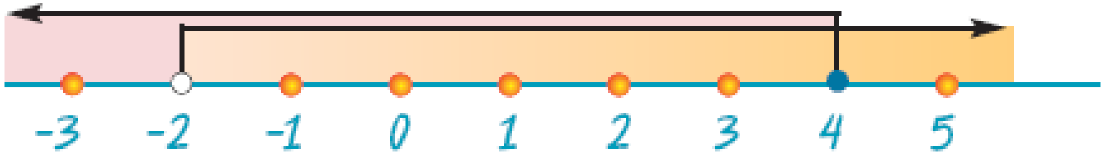




$-2 < x \leq 4$



Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε τις παραστάσεις των δύο λύσεων στην ίδια ευθεία.



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 6

Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{x+1}{3} \le 2 \le \frac{3-x}{2}$.

$\frac{x+1}{3} \le 2$ και $2 \le \frac{3-x}{2}$

$\cancel{3}\cdot \frac{x+1}{\cancel{3}} \le 3\cdot 2$

$x+1 \le 6$

$x \le 6-1$

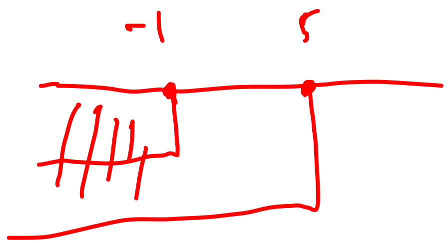
$x \le 5$

$2\cdot 2 \le 2\cdot \frac{3-x}{2}$

$4 \le 3-x$

$x \le 3-4$

$x \le -1$



$x \le -1$

8 Να αποδείξετε ότι:

α) Αν $α > 1$, τότε $α^2 > α$

εφόσον $a > 1$, ισχύει $a > 0$

$$a > 1$$

(πολλ/ζω και τα δύο μέλη με το $a > 0$)

$$a \cdot a > a \cdot 1$$

$$a^2 > a$$

Q.E.D

Ευθεία απόδειξη

$$a^2 > a \Leftrightarrow a^2 - a > 0 \Leftrightarrow a \cdot (a-1) > 0$$

$a > 1$ $a > 0$

$a > 1$ $a - 1 > 0$

11 Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς x, y, να αποδείξετε ότι:

α) $x^2 + 1 \geq 2x$ β) $(x + y)^2 \geq 4xy$ γ) $x^2 + y^2 + 1 \geq 2y$

Σε κάθε περίπτωση να βρείτε πότε ισχύει η ισότητα.

α) για κάθε $x \in \mathbb{R}$, $x^2+1 \geqslant 2x$

$$x^2+1 \geqslant 2x \Leftrightarrow x^2-2x+1 \geqslant 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geqslant 0$$

ισχύει !!!

γ) $x^2+y^2+1 \geqslant 2y \Leftrightarrow x^2+y^2-2y+1 \geqslant 0 \Leftrightarrow \underbrace{x^2}_{\geqslant 0}+\underbrace{(y-1)^2}_{\geqslant 0} \geqslant 0$ ισχύει

12 Να αποδείξετε ότι:

α) Αν $x > 0$, τότε $x + \frac{1}{x} \geq 2$

$x + \frac{1}{x} \geqslant 2 \iff x^2 + x \cdot \frac{1}{x} \geqslant 2x \iff$

πολ/ζω με $x>0$

$x^2 + 1 \geqslant 2x \iff x^2 - 2x + 1 \geqslant 0 \iff$

$(x-1)^2 \geqslant 0$ ισχύει

18 Να βρείτε θετικό ακέραιο αριθμό x, ώστε $\frac{x}{x+1} < \frac{31}{40}$ και $\frac{x+1}{x+2} > \frac{31}{40}$

ΣΠΙΤΙ