

ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

1. Αν $x = 3 + 2 \cdot 4$, $y = 2^3 + 3^2$ και $z = 6^2 - 9 \cdot 4$, να εξετάσετε αν ισχύουν τα παρακάτω

(α) $x > y$

(γ) το $10 \cdot x$ είναι άρτιος

(β) το $z + x$ είναι περιττός αριθμός

(δ) $z^2 + 1 > 1$

$$x = 3 + 2 \cdot 4 = 3 + 8 = 11$$

$$y = 2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17$$

$$z = 6^2 - 9 \cdot 4 = 36 - 36 = 0$$

(α) $x < y$ διότι $11 < 17$

(β) $z + x = 0 + 11 = 11$ περιττός

(γ) $10 \cdot x = 10 \cdot 11 = 110$ άρτιος διότι λήγει σε 0.

(δ) $z^2 + 1 = 0^2 + 1 = 1$ δεν είναι μεγαλύτερο του 1 (εφόσον είναι ίσο με 1)

2. Αν $x = 3^3 \cdot 1^{1453}$, $y = 0^{1821} \cdot 2009$, $z = 3 \cdot 5 - 6 \cdot 2$ και $w = 2 \cdot (3 \cdot 1 + 2 \cdot 4 - 4)$, να διατάξετε τους αριθμούς x, y, z και w από το μεγαλύτερο στον μικρότερο.

$$x = 3^3 \cdot 1^{1453} = 27 \cdot 1 = 27$$

$$y = 0^{1821} \cdot 2009 = 0 \cdot 2009 = 0$$

$$z = 3 \cdot 5 - 6 \cdot 2 = 15 - 12 = 3$$

$$w = 2 \cdot (3 \cdot 1 + 2 \cdot 4 - 4) = 2 \cdot (3 + 8 - 4) = 2 \cdot 7 = 14$$

Επειδή $0 < 3 < 14 < 27$ θα έχουμε $y < z < w < x$.

3. Αν $x = 3 - 2 \cdot (7 - 6)$, $y = 3 \cdot 2^3$, $z = 3^2$, $w = 3 \cdot 2^3$ και $t = (3 \cdot 2)^2$ να εξετάσετε αν ισχύουν τα παρακάτω

(α) $z = t$

(β) (γ) $z > 0$

(δ) το w είναι πολλαπλάσιο του 4

(ε) το 3 είναι διαιρέτης του w

$$x = 3 - 2 \cdot (7 - 6) = 3 - 2 \cdot 1 = 3 - 2 = 1$$

$$y = 3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$$

$$z = 3^2 = 9$$

$$w = 3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$$

$$2$$

$$= 6^2 = 36$$

(α) $z = 9$ και $t = 36$ άρα δεν ισχύει $z = t$

(β) $x = 1$ άρα δεν ισχύει (γ) $z = 9$ άρα ισχύει $z > 0$

(δ) $w = 24 = 6 \cdot 4$ άρα το w είναι πολλαπλάσιο του 4

(ε) το 3 είναι διαιρέτης του $w = 24$.

4. Αν $x = 5 - 1 \cdot 2$, $y = 6 + 2 + 1$ και $z = 3 + 3$

- (α) Να συγκρίνετε τα x και y .
 (β) Διαιρείται το $3 \cdot x + y^2 + 35$ με το 2;
 (γ) Διαιρείται το $3 \cdot x + 235$ με το 3;
 (δ) Να βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών $15 \cdot y$ και $20 \cdot z$
 (ε) Να βρείτε το ΜΚΔ των αριθμών $8 \cdot x$ και $5 \cdot y$

$$x = 5 - 1 \cdot 2 = 5 - 2 = 3$$

$$y = 6 + 2 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$z = 3 + 3 = 1$$

- (α) $x = 3$ και $y = 4$ άρα $x < y$
 (β) $3 \cdot x + y^2 + 35 = 3 \cdot 3 + 4^2 + 35 = 3 \cdot 3 + 16 + 35 = 9 + 16 + 35 = 60$
 άρα διαιρείται με το 2 εφόσον τελειώνει σε 0.
 (γ) το $3 \cdot x + 235 = 3 \cdot 3 + 235 = 9 + 235 = 244$ δεν διαιρείται με το 3 διότι το άθροισμα των ψηφίων του $2 + 4 + 4 = 10$ δεν διαιρείται με το 3.
 (δ) $15 \cdot y = 15 \cdot 4 = 60$ και $20 \cdot z = 20 \cdot 1 = 20$. Άρα $\text{ΜΚΔ}(60, 20) = 20$.
 (ε) $8 \cdot x = 8 \cdot 3 = 24$ και $5 \cdot y = 5 \cdot 4 = 20$. Άρα $\text{ΜΚΔ}(24, 20) = 4$ (διότι $24 = 2^3 \cdot 3$ και $20 = 2^2 \cdot 5$).

5. Αν $x = 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 3 + 1$, $y = (4 - 3)^2$ και $z = 2 \cdot (3 - 1) + 2^3$

- (α) Να βρείτε έναν πρώτο αριθμό που είναι ανάμεσα από τον $x + y$ και τον $y + 2 \cdot z$
 (β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $x - y + 3 \cdot (z + 1)$
 (γ) Να εξετάσετε αν ισχύει η σχέση $x + 2y > z + 1$
 (δ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός $(x + y) \cdot z \cdot (x - y)$ είναι πρώτος

6. Να εξετάσετε αν υπάρχει τριψήφιος πρώτος αριθμός

Ο αριθμός 101 παραδείγματος χάριν δεν διαιρείται με κανένα από τους **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 39, 41, 43, 47** και σίγουρα από όσους πρώτους είναι πάνω από 50 άρα είναι πρώτος (σπαστική άσκηση!)

7. Να αναλύσετε τον αριθμό 12600 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. (α) Είναι το 11 διαιρέτης του 12600; (β) Να βρείτε 10 διαιρέτες του αριθμού 12600.

12600	2
6300	2
3150	2
1575	3
525	3
175	5
35	5
7	7
1	

$$12600 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

Διαιρέτες του **12600** είναι οι παράγοντες του γινομένου **$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$** και οποιοδήποτε αριθμοί προκύπτουν ως γινόμενο ορισμένων από αυτούς του παράγοντες

παραδείγματος χάριν $2, 3, 5, 7, 6(= 2 \cdot 3), 10(= 2 \cdot 5), 14, 15, 30, 210(= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7)$.
Μπορείτε να βρείτε όλους τους διαιρέτες του αριθμού 12600;

8. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 432, 1250 και 1890.
Να βρείτε το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των αριθμών αυτών.

432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

1250	2
625	5
125	5
25	5
5	5
1	

1890	2
945	3
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$$432 = 2^4 \cdot 3^3$$

$$1250 = 2 \cdot 5^4$$

$$1890 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{Άρα } \text{ΕΚΠ}(432, 1250, 1890) = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7$$

$$\text{και } \text{ΜΚΔ}(432, 1250, 1890) = 2$$

9. Να εκτελέσετε στη σωστή σειρά τις παρακάτω πράξεις

$$82 + 13 - (2 \cdot 16 + 5) + 11 =$$

$$82 + 13 - (32 + 5) + 11 =$$

$$82 + 13 - 37 + 11 =$$

$$95 - 37 + 11 =$$

$$58 + 11 = 69$$

$$45 + 21 \cdot (87 - 2 \cdot 14) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4) - 22 =$$

$$45 + 21 \cdot (87 - 28) \cdot 24 - 22 =$$

$$45 + 21 \cdot 59 \cdot 24 - 22 =$$

$$45 + 29736 - 22 =$$

$$29781 - 22 = 29759$$

$$(14 - 2 \cdot 7) \cdot 2007 + (3 \cdot 20 - 4 \cdot 15) \cdot 2004 =$$

$$(14 - 14) \cdot 2007 + (60 - 60) \cdot 2004 =$$

$$0 \cdot 2007 + 0 \cdot 2004 =$$

$$0 + 0 = 0$$

$$29 - 8 \cdot 2 + 24 \cdot 3 - [2 \cdot 3 \cdot 4 - (2 + 3 + 4)] =$$

$$29 - 8 \cdot 2 + 24 \cdot 3 - (24 - 9) =$$

$$29 - 8 \cdot 2 + 24 \cdot 3 - 15 =$$

$$29 - 16 + 72 - 15 =$$

$$13 + 57 = 70$$

10. Να εκτελέσετε τις πράξεις στις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις

$$\begin{aligned}
 & (36+14:2-5^2):(3^3-3^4:3^2)+144:12^2 \\
 & (36+14:2-5^2)+(3^3-3^4:3^2)+144+12^2= \\
 & (36+14:2-25)+(27-81:9)+144+12^2= \\
 & (36+7-25)+(27-9)+144+12^2= \\
 & (43-25)+18+144+12^2= \\
 & 18+18+144+12^2= \\
 & 18+18+144+144= \\
 & 1+1=2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3:(5-2^2)^2+16:(29-3^3)^3=3:(5-4)^2+16:(29-27)^3 \\
 & 3+(5-2^2)^2+16+(29-3^3)^3= \\
 & 3+(5-4)^2+16+(29-27)^3 \\
 & 3+1^2+16+2^3= \\
 & 3+1+16+8= \\
 & 3+2=5
 \end{aligned}$$

11. Να βρείτε το τελευταίο ψηφίο του αριθμού 7^{1000} .

$$\begin{aligned}
 7^1 &= 7 \\
 7^2 &= 7 \cdot 7 = 49 \\
 7^3 &= 7 \cdot 7 \cdot 7 = 49 \cdot 7 = 343 \\
 7^4 &= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343 \cdot 7 = 2401 \\
 7^5 &= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2401 \cdot 7 = 16807 \\
 7^6 &= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 16807 \cdot 7 = 117649 \\
 7^7 &= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 117649 \cdot 7 = 823543 \\
 7^8 &= 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 5764801
 \end{aligned}$$

.....
Παρατηρούμε ότι

Οι δυνάμεις με εκθέτες 1, 5, 9, 13, ... τελειώνουν σε 7.

Οι αριθμοί 5, 9, 13, ... αφήνουν υπόλοιπο 1 όταν διαιρούνται με το 4.

Οι δυνάμεις με εκθέτες 2, 6, 10, 14, ... τελειώνουν σε 9.

Οι αριθμοί 6, 10, 14, ... αφήνουν υπόλοιπο 2 όταν διαιρούνται με το 4.

Οι δυνάμεις με εκθέτες 3, 7, 11, 15, ... τελειώνουν σε 3.

Οι αριθμοί 7, 11, 15, ... αφήνουν υπόλοιπο 3 όταν διαιρούνται με το 4.

Οι δυνάμεις με εκθέτες 4, 8, 12, 16, ... τελειώνουν σε 1.

Οι αριθμοί 8, 12, 16, ... αφήνουν υπόλοιπο 0 όταν διαιρούνται με το 4.

Η δύναμη 7^{1000} έχει εκθέτη 1000 το οποίο αφήνει υπόλοιπο μηδέν όταν διαιρεθεί με το 4 άρα ο αριθμός 7^{1000} τελειώνει σε 1.