

ΘΕΩΡΙΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1. Πότε μια ισότητα ονομάζεται ταυτότητα;

Ταυτότητα λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.

2. Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Απόδειξη:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) = \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 = \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

3. Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Απόδειξη:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

4. Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Απόδειξη:

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 = \\ &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

5. Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Απόδειξη:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ba} - b^2 = a^2 - b^2$$

6. Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Απόδειξη:

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} - \cancel{ba^2} - \cancel{ab^2} - b^3 = a^3 - b^3$$

7. Να συμπληρώσετε τις ισότητες ώστε να προκύψουν αξιοσημείωτες ταυτότητες.

$$(a + b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a - b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a + b)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(a - b)^3 = \dots\dots\dots$$

$$a^2 - b^2 = \dots\dots\dots$$

$$\alpha^3 - \beta^3 = \dots\dots\dots$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = \dots\dots\dots$$

8. Τι ονομάζουμε γραμμική εξίσωση;

Γραμμική εξίσωση ονομάζεται κάθε εξίσωση της μορφής $ax + by = \gamma$ με $a \neq 0$ ή $b \neq 0$.

9. Τι ονομάζουμε λύση μια γραμμικής εξίσωσης; Να δώσετε ένα παράδειγμα.

Λύση μιας εξίσωσης $ax + by = \gamma$ ονομάζεται κάθε ζεύγος αριθμών (x, y) που την επαληθεύει.

Παραδείγματος χάριν, η εξίσωση $2x + y = 1$ έχει λύση το ζεύγος $(0, 1)$ διότι $2 \cdot 0 + 1 = 1$

10. Τι παριστάνει η εξίσωση $y = k$;

Η εξίσωση $y = k$ με $k \neq 0$ παριστάνει μια ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, k)$, ενώ η εξίσωση $y = 0$ παριστάνει τον άξονα $x'x$

11. Τι παριστάνει η εξίσωση $x = k$;

Η εξίσωση $x = k$ με $k \neq 0$ παριστάνει μια ευθεία που είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$ και τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(k, 0)$, ενώ η εξίσωση $x = 0$ παριστάνει τον άξονα $y'y$

12. Ποιες είναι οι λύσεις τις εξίσωσης $ax + by = \gamma$ με $\alpha = \beta = 0$.

Η εξίσωση $0x + 0y = \gamma$ με $\gamma \neq 0$ είναι αδύνατη.

Η εξίσωση $0x + 0y = \gamma$ με $\gamma = 0$ αληθεύει για κάθε τιμή των x και y .

13. Πόσες λύσεις έχει ένα σύστημα δυο γραμμικών εξισώσεων με δυο αγνώστους; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

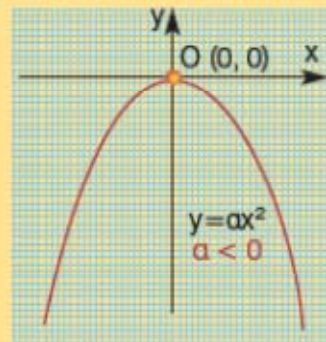
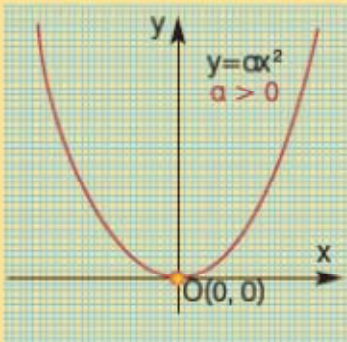
Επειδή η γραφική παράσταση μιας γραμμικής εξίσωσης είναι ευθεία γραμμή και επειδή δυο ευθείες μπορεί να έχουν ένα κοινό σημείο, κανένα κοινό σημείο ή να ταυτίζονται, ένα σύστημα δυο γραμμικών εξισώσεων έχει ή μια λύση ή είναι αδύνατο ή έχει άπειρες λύσεις.

14. Τι ξέρετε για τη γραφική παράσταση της εξίσωσης $y = ax^2$ με $a \neq 0$. Να κάνετε μια πρόχειρη γραφική παράσταση για $a > 0$ και για $a < 0$.

Γενικά

Η συνάρτηση $y = ax^2$ με $a \neq 0$.

- Έχει γραφική παράσταση μία καμπύλη που είναι παραβολή με κορυφή το σημείο $O(0, 0)$ και άξονα συμμετρίας τον άξονα $y'y$.
- Αν $a > 0$, τότε η παραβολή βρίσκεται από τον άξονα $x'x$ και πάνω και η συνάρτηση παίρνει ελάχιστη τιμή $y = 0$, όταν $x = 0$.
- Αν $a < 0$, τότε η παραβολή βρίσκεται από τον άξονα $x'x$ και κάτω και η συνάρτηση παίρνει μέγιστη τιμή $y = 0$, όταν $x = 0$.

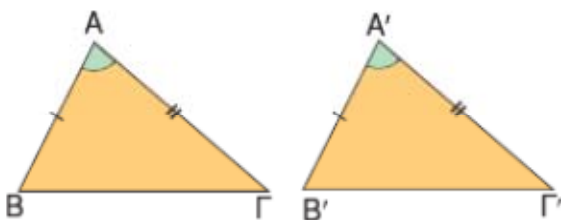


15. Πότε δυο τρίγωνα είναι ίσα;

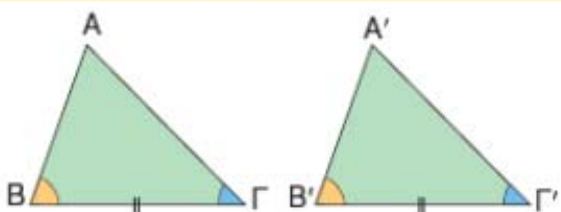
Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι ίσα.

16. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων. Να κάνετε σχήμα.

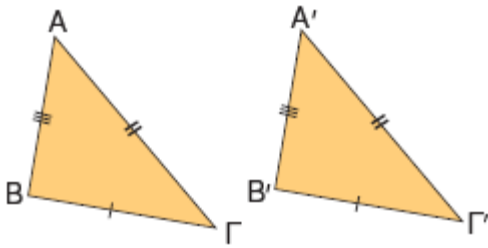
Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.



Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.



Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.



17. Να συμπληρώσετε τα κενά.

Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες βρίσκονται ίσες

Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες βρίσκονται ίσες

18. Τι ονομάζουμε κριτήρια ισότητας τριγώνων;

Για να αποδείξουμε ότι δύο τρίγωνα είναι ίσα δεν είναι απαραίτητο να αποδείξουμε ότι έχουν όλες τις πλευρές τους και τις αντίστοιχες γωνίες ίσες μία προς μία.

Στη συνέχεια, θα μάθουμε προτάσεις με τις οποίες διαπιστώνουμε ότι και με λιγότερα στοιχεία είναι δυνατόν να διακρίνουμε αν δύο τρίγωνα είναι ίσα.

Οι προτάσεις αυτές είναι γνωστές ως κριτήρια ισότητας τριγώνων.

19. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων.

Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν

- δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία ή
- μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση.

20. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

- | | |
|--|---|
| α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα. | Λ |
| β) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα. | Σ |
| γ) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες. | Λ |
| δ) Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές. | Σ |
| ε) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους γωνία ίση. | Σ |
| στ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση. | Λ |

21. Πότε δυο πολύγωνα ονομάζονται όμοια;

Γενικά

Αν δύο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι όμοια.

22. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

- α) Δύο τετράγωνα είναι όμοια.
- β) Δύο ορθογώνια είναι όμοια.
- γ) Αν δύο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες, τότε είναι όμοια.
- δ) Δύο ρόμβοι είναι σχήματα όμοια.
- ε) Αν δύο πολύγωνα είναι ίσα, τότε είναι όμοια.
- στ) Δύο κανονικά πολύγωνα είναι όμοια.



- (ζ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια.

Σ

23. Με τι ισούται ο λόγος εμβαδών δυο ομοίων σχημάτων;

Ο λόγος των εμβαδών δύο ομοίων σχημάτων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους.

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- α) Αν τριπλασιάσουμε κάθε πλευρά ενός τετραγώνου, τότε το εμβαδόν του γίνεται 9 φορές μεγαλύτερο.
- β) Αν διπλασιάσουμε κάθε πλευρά ενός ισοπλεύρου τριγώνου, τότε το εμβαδόν του γίνεται 4 φορές μεγαλύτερο.
- γ) Αν ένας ρόμβος έχει πλευρά 6 cm και ένας άλλος όμοιός του ρόμβος έχει πλευρά 3 cm, τότε ο δεύτερος ρόμβος έχει εμβαδόν 1/4 φορές μικρότερο από το εμβαδόν του πρώτου ρόμβου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ 1^ο

Ενότητα 1.5

[Σελίδες 47-48] Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3, 4, 5, 6.

[Σελίδα 49] Ασκήσεις: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

[Σελίδα 50] Ασκήσεις: 11, 12, 14, 15, 17

[Σελίδα 51] Ασκήσεις: 18

Ενότητα 1.6

[Σελίδα 59] Ερωτήσεις κατανόησης 1-6

[Σελίδα 60] Ερωτήσεις κατανόησης 7,8,9

[Σελίδα 60] Ασκήσεις: 1, 2

[Σελίδα 61] Ασκήσεις: 3,4, 8, 9

[Σελίδα 62] Ασκήσεις: 15, 16, 17, 18, 19, 22, 23, 24

Ενότητα 1.9

[Σελίδα 73] **Ερωτήσεις κατανόησης** 1-4

[Σελίδα 74] **Ασκήσεις:** 1-5

Ενότητα 1.10

[Σελίδα 77] **Ερωτήσεις κατανόησης** 1-2

[Σελίδα 77] **Ασκήσεις:** 1-5

[Σελίδα 80] **Ερωτήσεις κατανόησης** 1-3

[Σελίδα 80] **Ασκήσεις:** 1, 2.

[Σελίδα 81] **Ασκήσεις:** 4(α,β,δ), 5

Ενότητα 2.2

[Σελίδα 92] **Ερωτήσεις κατανόησης** 1, 2, 3

[Σελίδα 93] **Ασκήσεις:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Ενότητα 2.3

[Σελίδα 101] **Ασκήσεις:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

[Σελίδα 101] **Ασκήσεις:** 9, 10, 11, 12

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΟΛΟΚΛΗΡΟ

ΕΞΑΙΡΟΥΝΤΑΙ: Άσκηση 2 (σελίδα 127), Άσκηση 4 (σελίδα 137),

Άσκηση 6 (σελίδα 138)

Άσκηση 19 (σελίδα 139)

Ενότητα 4.1

ΟΛΟΚΛΗΡΗ

ΜΕΡΟΣ 2^ο

Ενότητα 1.1

[Σελίδα 193] **Ερωτήσεις κατανόησης** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

[Σελίδα 194] **Ερωτήσεις κατανόησης** 8, 9, 10, 11

[Σελίδα 194] **Ασκήσεις:** 1, 2, 3, 4

[Σελίδα 195] **Ασκήσεις:** 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

[Σελίδα 196] **Ασκήσεις:** 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21

Ενότητα 1.5

[Σελίδα 221] **Ερωτήσεις κατανόησης** 1

[Σελίδα 222] **Ερωτήσεις κατανόησης** 2, 3, 4, 5

[Σελίδα 222] **Ασκήσεις:** 1

[Σελίδα 223] **Ασκήσεις:** 2, 3, 5, 7