

1. Αν  $x = 3 + 2 \cdot (-4)$   $y = 2^3 - 3^2$  και  $z = (-6)^2 - 9 \cdot 4$ , να εξετάσετε αν ισχύουν τα παρακάτω

(α)  $x > y$

(β) το  $z + 2xy$  είναι πρώτος αριθμός

$$x = 3 + 2 \cdot (-4) = 3 - 8 = -5$$

$$y = 2^3 - 3^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 8 - 9 = -1$$

$$z = (-6)^2 - 9 \cdot 4 = 36 - 36 = 0$$

(α)  $x = -5$ ,  $y = -1$   $-5 < -1$  δηλ  $x < y$  αρα δε ισχύει  $x > y$

(β)  $z + 2xy = 0 + 2 \cdot (-5) \cdot (-1) = 0 + 10 = 10$  δε είναι  
πρώτος

2. Αν  $x = 3^3 \cdot 1^{1453}$ ,  $y = 0^{1821} \cdot 2009$ ,  $z = 3 \cdot 5 - 6 \cdot 2$  και  $w = 2 \cdot (3 \cdot 1 + 2 \cdot 4 - 4)$ , να διατάξετε τους αριθμούς  $x, y, z$  και  $w$  από το μεγαλύτερο στον μικρότερο.

$$x = 3^3 \cdot 1^{1453} = 27 \cdot 1 = 27$$

$$y = 0^{1821} \cdot 2009 = 0 \cdot 2009 = 0$$

$$z = 3 \cdot 5 - 6 \cdot 2 = 15 - 12 = 3$$

$$w = 2(3 \cdot 1 + 2 \cdot 4 - 4) = 2(3 + 8 - 4) = 2 \cdot 7 = 14$$

$$27 > 14 > 3 > 0$$

$$x > w > z > y$$

3. Αν  $x = 3 - 2 \cdot (7 - 6)$ ,  $y = 3 \cdot 2^3$ ,  $z = 3^2$ ,  $w = 3 \cdot 2^3$  και  $t = (3 \cdot 2)^2$  να εξετάσετε αν ισχύουν τα παρακάτω

$$x = 3 - 2 \cdot (7 - 6) = 3 - 2 \cdot 1 = 3 - 2 = 1$$

$$y = 3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$$

$$z = 3^2 = 9$$

$$w = 3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$$

$$t = (3 \cdot 2)^2 = 6^2 = 36$$

(α)  $z = t$        $9 = 36$     όχι

(β)  $x > 1$        $1 > 1$     όχι

(γ)  $z > 0$        $9 > 0$     ναι

(δ) το  $w$  είναι πολλαπλάσιο του 4      το 24 είναι ποσ/ο των 4    ναι

(ε) το 3 είναι διαιρέτης του  $w$       3 διαιρείται των 24    ναι

4. Αν  $x = 5 - 1 \cdot 2$ ,  $y = 6 : 2 + 1$  και  $z = 3 : 3$

$$x = 5 - 1 \cdot 2 = 5 - 2 = 3$$

$$y = 6 : 2 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$z = 3 : 3 = 1$$

(α) Να συγκρίνετε τα  $x$  και  $y$   $x < y$

(β) Διαιρείται το  $3 \cdot x + y^2 + 35$  με το 2;

(γ) Διαιρείται το  $3 \cdot x + 235$  με το 3;

(δ) Να βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών  $15 \cdot y$  και  $20 \cdot z$

(ε) Να βρείτε το ΜΚΔ των αριθμών  $8 \cdot x$  και  $5 \cdot y$

$$\begin{array}{l|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$24 = 2^3 \cdot 3$        $\text{ΜΚΔ} = 2^2$   
 $20 = 2^2 \cdot 5$        $= 4$

$$(β) \quad \begin{array}{c} 3 \cdot x + y^2 + 35 = 3 \cdot 3 + 4^2 + 35 = 3 \cdot 3 + 16 + 35 = 9 + 16 + 35 = 60 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ 3 \quad 4 \end{array} \quad \text{διαιρείται με το 2 (από το 0)}$$

$$(γ) \quad 3 \cdot x + 235 = 3 \cdot 3 + 235 = 9 + 235 = 244 \quad \text{δεν διαιρείται με το 3} \\ \text{από το 3 διότι } 2+4+4 = 10 \quad \text{δεν διαιρείται με το 3}$$

$$(δ) \quad 15 \cdot y = 15 \cdot 4 = \boxed{60}, \quad 20 \cdot z = 20 \cdot 1 = \boxed{20} \quad \text{ΕΚΠ}(60, 20) = 60$$

$$(ε) \quad 8 \cdot x = 8 \cdot 3 = 24, \quad 5 \cdot y = 5 \cdot 4 = 20 \quad \text{ΜΚΔ}(24, 20) = 4$$

5. Αν  $x = 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 3 + 1$ ,  $y = (4 - 3)^2$  και  $z = 2 \cdot (3 - 1) + 2^3$

3.5.7

(α) Να βρείτε έναν πρώτο αριθμό που είναι ανάμεσα από τον  $x + y$  και τον  $y + 2 \cdot z$

(β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης  $x - y + 3 \cdot (z + 1)$

(γ) Να εξετάσετε αν ισχύει η σχέση  $x + 2y > z + 1$

(δ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός  $(x + y) \cdot z \cdot (x - y)$  είναι πρώτος

$$x = 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 3 + 1 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 + 1 = 12 - 6 + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$y = (4 - 3)^2 = 1^2 = 1$$

$$z = 2 \cdot (3 - 1) + 2^3 = 2 \cdot 2 + 2^3 = 2 \cdot 2 + 8 = 4 + 8 = 12$$

$$(α) \quad x + y = 7 + 1 = \boxed{8}, \quad y + 2 \cdot z = 1 + 2 \cdot 12 = 1 + 24 = \boxed{25} \quad \text{Πρώτος } 23$$

$$(β) \quad x - y + 3 \cdot (z + 1) = 7 - 1 + 3 \cdot (12 + 1) = 7 - 1 + 3 \cdot 13 = 7 - 1 + 39 = 45$$

$$(γ) \quad x + 2y = 7 + 2 \cdot 1 = 7 + 2 = \boxed{9}, \quad z + 1 = 12 + 1 = \boxed{13} \quad 9 > 13 \quad \text{όχι}$$

$$(δ) \quad (x + y) \cdot z \cdot (x - y) = (7 + 1) \cdot 12 \cdot (7 - 1) = 8 \cdot 12 \cdot 6$$

6. Να εκτελέσετε στη σωστή σειρά τις παρακάτω πράξεις  $5 - 2 + 1$

A.  $82 + 13 - (2 \cdot 16 + 5) + 11 =$

$$82 + 13 - (32 + 5) + 11 =$$

$$82 + 13 - 37 + 11 =$$

$$95 - 37 + 11 =$$

$$58 + 11 =$$

$$69$$

B.  $45 + 21 \cdot (87 - 2 \cdot 14) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 4) - 22 =$

$$45 + 21 \cdot (87 - 28) \cdot (24) - 22 =$$

$$45 + 21 \cdot 59 \cdot 24 - 22 = \dots$$

Γ.  $(14 - 2 \cdot 7) \cdot 2007 + (3 \cdot 20 - 4 \cdot 15) \cdot 2004 =$

$$(14 - 14) \cdot 2007 + (60 - 60) \cdot 2004 =$$

$$0 \cdot 2007 + 0 \cdot 2004 =$$

$$0 + 0 = 0$$

Δ.  $29 - 8 \cdot 2 + 24 \cdot 3 - [2 \cdot 3 \cdot 4 - (2 + 3 + 4)] =$

$$29 - 8 \cdot 2 + 24 \cdot 3 - (24 - 9) =$$

$$= 29 - 16 + 72 - 15 = \dots$$

7. Να εκτελέσετε τις πράξεις στις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{(36 + 14 : 2 - 5^2) : (3^3 - 3^4 : 3^2) + 144 : 12^2} = \\
 & (36 + 14 : 2 - 25) : (27 - 81 : 9) + 144 : 12^2 = \\
 & (36 + 7 - 25) : (27 - 9) + 144 : 12^2 = \\
 & \underbrace{18 : 18} + 144 : 12^2 = \\
 & 18 : 18 + 144 : 144 = 1 + 1 = 2
 \end{aligned}$$

ΕΚΦΩΝΗΣΗ: Να αποδείξετε την παρακάτω ισότητα

$$3 : (5 - 2^2)^2 + 16 : (29 - 3^3)^3 = 3 : (5 - 4)^2 + 16 : (29 - 27)^3$$

$$3 : (5 - 4)^2 + 16 : (29 - 27)^3 = 3 : 1^2 + 16 : 2^3$$

$$3 : 1^2 + 16 : 2^3 = 3 : 1 + 16 : 8$$

$$3 : 1 + 16 : 8 = 3 + 2$$

$$3 + 2 = 3 + 2$$

$$5 = 5 \quad \text{ισχύει}$$

8. Αν  $x = 16 - 6 \cdot 2 + 38 : 19$  και  $y = 3^2 - 2^3 + 1^{37}$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  
 $A = 3 \cdot x^2 - 3 \cdot x \cdot y^2 + (x - 3 \cdot y) \cdot x^{13}$ .

$$x = 16 - 6 \cdot 2 + 38 : 19$$

$$y = 3^2 - 2^3 + 1^{37}$$

$$x = 16 - 12 + 2$$

$$y = 9 - 8 + 1$$

$$x = 6$$

$$y = 1 + 1$$

$$y = 2$$

$$A = 3 \cdot 6^2 - 3 \cdot 6 \cdot 2^2 + (6 - 3 \cdot 2) \cdot 6^{13}$$

$$A = 3 \cdot 6^2 - 3 \cdot 6 \cdot 2^2 + (6 - 6) \cdot 6^{13}$$

$$A = 3 \cdot 6^2 - 3 \cdot 6 \cdot 2^2 + \boxed{0 \cdot 6^{13}}$$

$$A = 3 \cdot 36 - 3 \cdot 6 \cdot 4 + \boxed{0}$$

$$A = 108 - 72$$

$$A = 36$$

Ξδω παραβιάζω την προτεραιότητα των πράξεων. Πρέπει να βρω πρώτα το  $6^{13}$  αλλά όχι και να είναι πολλαπλυσταζόμενο με το 0 θα δώσει 0.



$$\underline{-4^2} = -4 \cdot 4 = -16$$

$$-4^2 = -16$$

9. Αν  $x = -1$  και  $y = 3$ , να αποδείξετε ότι  $(x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2$

$$(x - y)^2 = (-1 - 3)^2 = \underline{(-4)^2} = (-4)(-4) = 16$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) \cdot 3 + 3^2 =$$

$$= 1 - 2(-1) \cdot 3 + 9 =$$

$$= 1 + 6 + 9 =$$

$$= 16$$

10. Αν  $a = 5 \cdot (3+2)^2$ ,  $\beta = 2 \cdot 4^2 + 3$ ,  $\gamma = 3^1$  και  $\delta = (4+1) \cdot (5-1)$ , να εξετάσετε αν η ισότητα  $a = \beta \cdot \gamma + \delta$  παριστάνει Ευκλείδεια διαίρεση.

$$a = 5 \cdot (3+2)^2 = 5 \cdot 5^2 = 5 \cdot 25 = 125$$

$$\beta = 2 \cdot 4^2 + 3 = 2 \cdot 16 + 3 = 32 + 3 = 35$$

$$\gamma = 3^1 = 3$$

$$\delta = (4+1) \cdot (5-1) = 5 \cdot 4 = 20$$

$$a = \beta \cdot \gamma + \delta$$

$$125 = 35 \cdot 3 + 20$$

$$\Delta \quad \delta \quad \pi \quad \nu$$

$$\nu < \delta$$

$$13 = 6 \cdot 2 + 1$$

$$13 = 3 \cdot 4 + 1$$

$$\begin{array}{r} \Delta \\ \hline \nu \end{array} \quad \begin{array}{r} \delta \\ \hline \pi \end{array}$$

$$\Delta = \delta \cdot \eta + \nu,$$

$$0 \leq \nu < \delta$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ 105 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} \delta \\ \hline \pi \end{array}$$

## 11. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$3x - 1 = 3$$

$$3x = 3 + 1$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$5(2x - 3) = 6$$

$$10x - 15 = 6$$

$$10x = 6 + 15$$

$$10x = 21$$

$$x = \frac{21}{10}$$

$$2(x - 1) - 4(2x + 1) = 1$$

$$2x - 2 - 8x - 4 = 1$$

$$2x - 8x = 1 + 2 + 4$$

$$-6x = 7$$

$$x = -\frac{7}{6}$$

12. Αν  $x = -1 \cdot 2^2$ ,  $y = (-2)^3$ ,  $z = (-1)^{2012}$  να κατατάξετε από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους αριθμούς  $|x|$ ,  $|y|$  και  $|-z|$ .

$$x = -1 \cdot 2^2 = -1 \cdot 4 = -4$$

$$y = (-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$$

$$z = (-1)^{2012} = 1$$

$$|x| = |-4| = 4$$

$$|-z| < |x| < |y|$$

$$|y| = |-8| = 8$$

$$|-z| = |-1| = 1$$

Επί πλέον ερώτηση

$$\bullet \quad |3x - 2y - z| = |3(-4) - 2(-8) - 1| = |-12 + 16 - 1|$$

$$= |3| = 3$$