

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1^η ΕΦΑΡΜΟΓΗ: ΕΞΙΣΩΣΗ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗΣ

Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι: $y = 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{x}{6} \right)$ (στο S.I.).

Να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός υλικού σημείου Μ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 18\text{m}$, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Απάντηση

Η εξίσωση του γραμμικού αρμονικού κύματος είναι: $y = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$.

Αυτή που μελετάμε είναι: $y = 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{x}{6} \right)$. Με σύγκριση βρίσκουμε ότι:

$$A = 5 \cdot 10^{-2} \text{m}, \quad \frac{1}{T} = 2 \quad \text{ή} \quad T = 0,5\text{s} \quad \text{και} \quad \lambda = 6\text{m}. \quad \text{Επίσης είναι} \quad f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow f = \frac{1}{0,5} \quad \text{ή} \quad f = 2\text{Hz}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε: $v = \lambda \cdot f = 6 \cdot 2 \text{ m/s}$ ή $v = 12 \text{ m/s}$.

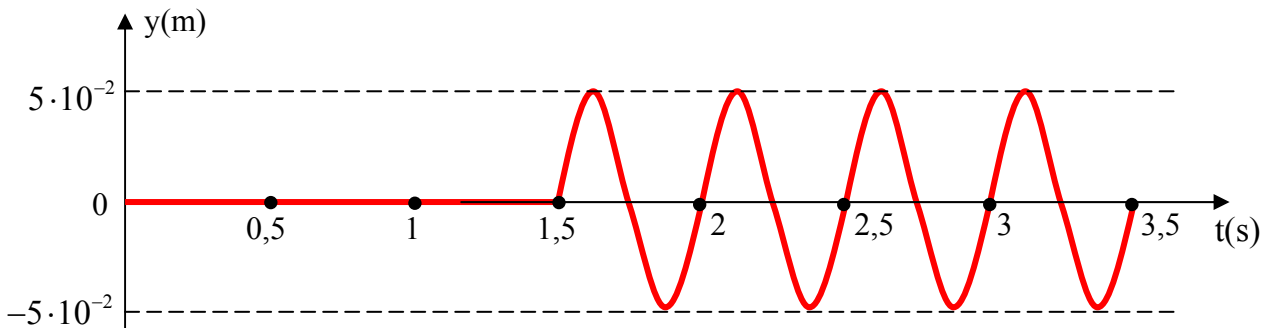
Το κύμα φτάνει στο σημείο Μ μετά από χρόνο $t = \frac{x}{v} = \frac{18\text{m}}{12\text{m/s}} = 1,5\text{s}$. Μέχρι τότε το σημείο ηρεμούσε.

Στη συνέχεια εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση του σημείου από την θέση ισορροπίας του περιγράφεται από την εξίσωση $y = 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{x}{6} \right)$ με $x = 18\text{m}$ και

$t \geq 1,5\text{s}$. Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι λοιπόν:

$$y = 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{18}{6} \right) \quad \text{ή} \quad y = 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu 2\pi (2t - 3) \quad \text{ή} \quad y = 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu (4\pi t - 6\pi). \quad \text{Οπότε:}$$

$$y = \begin{cases} 0 & \text{αν } 0 \leq t < 1,5\text{s} \\ 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu (4\pi t - 6\pi) & \text{αν } t \geq 1,5\text{s} \end{cases}$$



Σημείωση: Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $y = 5 \cdot 10^{-2} \eta\mu \left(40\pi - \frac{\pi x}{3} \right)$ και όχι η απλοποιημένη μορφή $y = -5 \cdot 10^{-2} \eta\mu \left(\frac{\pi x}{3} \right)$.