

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 9 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ :
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να δείξετε ότι ο κύκλος με κέντρο $O(0,0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση
$$x^2 + y^2 = \rho^2.$$

Μονάδες 9

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας την λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α. Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία

$A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, με $x_1 \neq x_2$ είναι $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

ρ. Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι ίση με

$$(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

γ. Η παραβολή με εξίσωση $x^2 = 2py$ έχει την εστία της πάνω στον άξονα $x'x$.

δ. Αν α και β είναι φυσικοί αριθμοί με $\beta \neq 0$, τότε υπάρχουν μοναδικοί φυσικοί k και v , τέτοιοι ώστε $\alpha = k\beta + v$, $0 \leq v < \beta$.

Μονάδες 8

Γ. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τις παρακάτω προτάσεις ορθά συμπληρωμένες

α. Ο κύκλος με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση

β. Η έλλειψη με εξίσωση $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, όπου $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}$, έχει εστίες τα

σημεία E και E' με συντεταγμένες και

γ. Η υπερβολή με εξίσωση $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ έχει ως ασύμπτωτες τις ευθείες με

εξισώσεις και

δ. Η παραβολή με εξίσωση $y^2 = 2px$ έχει διευθετούσα την ευθεία με εξίσωση

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = k-1$ και $\beta = 5k+6$, όπου k ακέραιος αριθμός. Να αποδείξετε ότι :

α. Εάν ο α είναι άρτιος, τότε ο β είναι περιττός.

Μονάδες 7

β. Ο αριθμός $3\beta - 4\alpha$ είναι πολλαπλάσιος του 11.

Μονάδες 8

γ. Ο μέγιστος κοινός διαιρέτης των αριθμών $5\alpha + 3$ και $\beta - 9$ είναι ίσος με 1.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται τα σημεία του επιπέδου $A(1,1)$ και $B(5,3)$.

α. Να αποδείξετε ότι ο συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος \overline{AB} είναι ίσος με $\frac{1}{2}$.

Μονάδες 5

β. Να αποδείξετε ότι η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος AB είναι η ευθεία $\varepsilon : y = -2x + 8$.

Μονάδες 8

γ. Έστω M το μέσο του τμήματος AB και Γ, Δ τα σημεία τομής του άξονα $x'x$ με την ευθεία AB και την μεσοκάθετο ε αντίστοιχα. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία M, Γ και Δ .

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 1)x + 2\lambda y - \lambda^2 - 2\lambda - \gamma = 0$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ και γ πραγματική σταθερά.

α. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου λ η εξίσωση παριστάνει ευθεία γραμμή.

Μονάδες 5

β. Εάν $\gamma = -1$, να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την παραπάνω εξίσωση διέρχονται από το ίδιο σημείο.

Μονάδες 10

γ. Εάν $\gamma \neq -1$, να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων εκείνων που από το καθένα διέρχεται μόνο μία ευθεία η οποία επαληθεύει την παραπάνω εξίσωση.

Μονάδες 10