

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΟΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ ΤΗΣ Ε.Μ.Ε.
ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΣΤ' ΤΑΞΗΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ, Σάββατο, 7 Ιουνίου 2014

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1^ο

Ένας τρόπος είναι να πάρουμε δύο μπάλες και να βάλουμε από μία σε κάθε δίσκο. Αν ο δίσκος δεν ισορροπεί, τότε βρήκαμε την βαρύτερη μπάλα. Αν όχι, παίρνουμε άλλες δύο μπάλες και κάνουμε το ίδιο. Αν ο δίσκος, ισορροπεί παίρνουμε άλλες δύο μπάλες. Αν αυτή τη φορά ο δίσκος ισορροπεί, τότε η βαρύτερη μπάλα είναι αυτή που έμεινε αζύγιστη. Τελικά, με αυτόν τρόπο χρειαζόμαστε 3 το πολύ ζυγίσματα.

Πρέπει να εξηγήσουμε πώς με δύο ζυγίσματα θα βρούμε την βαρύτερη μπάλα. Αυτή τη φορά βάζουμε στην αρχή από δύο μπάλες σε κάθε δίσκο. Αν ισορροπεί η ζυγαριά, καταλαβαίνουμε ότι η βαρύτερη μπάλα βρίσκεται στις 3 που δεν έχουν ζυγιστεί. Τότε, βγάζουμε τις προηγούμενες μπάλες και βάζουμε σε κάθε δίσκο 2 από τις 3 μπάλες που έμειναν αζύγιστες. Καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η βαρύτερη.

Αν, η ζυγαριά με τις 4 μπάλες (2 σε κάθε δίσκο), δεν ισορροπεί, τότε καταλαβαίνουμε αμέσως σε ποιον δίσκο είναι η βαρύτερη μπάλα. Μετά με ένα δεύτερο ζύγισμα βρίσκουμε τη βαρύτερη μπάλα. Με αυτή λοιπόν τη τεχνική, μόνο με δύο ζυγίσματα μπορούμε να βρούμε τη βαρύτερη μπάλα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2^ο

Απάντηση στο 1^ο ερώτημα: Το ποσοστό των κατοίκων που γνωρίζουν και Αγγλικά και Γαλλικά είναι $100\% - 25\% - 15\% - 10\% = 50\%$.

Απάντηση στο 2^ο ερώτημα: Το ποσοστό των κατοίκων που γνωρίζουν τουλάχιστον Γαλλικά είναι $15\% + 50\% = 65\%$.

Απάντηση στο 3^ο ερώτημα: Αυτό μπορεί να γίνει με αρκετούς τρόπους.

1. Το 10% του 200 είναι το 20.

2. Χρησιμοποιούμε την απλή μέθοδο των τριών. Έτσι, αφού στο 10 αντιστοιχεί το 100, στο 20 αντιστοιχεί ο αριθμός 200.

3. Αν το νησί είχε 100 κατοίκους οι 10 δεν θα ήξεραν Αγγλικά ή Γαλλικά. Τώρα που τα άτομα αυτά είναι 20, καταλαβαίνουμε ότι το νησί έχει 200 κατοίκους.

Απάντηση στο 4^ο ερώτημα: Αφού έχουμε άλλους 50 κατοίκους, τώρα το νησί έχει 250 κατοίκους. Πριν έρθουν αυτοί, οι κάτοικοι που γνώριζαν Αγγλικά ήταν το $25\% + 50\% = 75\%$, δηλαδή ήταν 150 άτομα. Τώρα, όσοι γνωρίζουν Αγγλικά είναι $150 + 50 = 200$ άτομα. Έτσι, αυτοί που γνωρίζουν τουλάχιστον Αγγλικά είναι το 80% των κατοίκων του νησιού.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3^ο

Μία τετράγωνη τρύπα με πλευρά 2 cm, ουσιαστικά καλύπτει την ίδια επιφάνεια που έχουν 4 τρύπες με πλευρά 1 cm. Άρα, το πρόβλημα τώρα είναι το εξής: Μία τρύπα με πλευρά 1 cm αδειάζει τη δεξαμενή σε 10 ώρες. Οι 4 ίδιες τρύπες σε πόσες ώρες

αδειάζουν τη δεξαμενή; Η απάντηση είναι $10:4 = 2,5$ ώρες. Παρατηρούμε ότι δεν είχε κάποια σημασία η πληροφορία ότι η δεξαμενή είχε 250 λίτρα νερό.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4^ο

Απάντηση στο Α ερώτημα:

Αν ενώσουμε με ένα ευθύγραμμο τμήμα τα σημεία Θ και Z για να σχηματιστεί το τρίγωνο $A\Theta Z$, παρατηρούμε ότι εμφανίζεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το $\Theta Z \Gamma B$ με πλευρές 6 cm και 2 cm αντίστοιχα. Άρα, το τρίγωνο $A\Theta Z$ είναι και αυτό ορθογώνιο με κάθετες πλευρές τις $A\Theta$ και ΘZ . Άρα το εμβαδόν του είναι $(4 \times 6):2 = 24:2 = 12 \text{ cm}^2$.

Απάντηση στο Β ερώτημα:

Στο τραπέζιο $H\Theta EZ$ δεν γνωρίζουμε το μήκος των βάσεων, ούτε και το ύψος του. Άρα, δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο του εμβαδού τραpezίου. Για το λόγο αυτό, από το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ θα αφαιρέσουμε τα εμβαδά των τεσσάρων τριγώνων και έτσι θα πετύχουμε τον σκοπό μας. Έχουμε λοιπόν, εμβαδόν τραpezίου $H\Theta EZ = 36 - 8 - 4 - 2 - 4 = 18 \text{ cm}^2$. Ένας 2^{ος} τρόπος είναι να φέρουμε τις γραμμές HE και ΘZ και να δούμε ότι εμφανίζονται δύο μικρά τετράγωνα και δύο ορθογώνια. Άρα, το εμβαδόν του τραpezίου είναι το μισό του τετραγώνου, 18 cm^2 .

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5^ο

Απάντηση στο Α ερώτημα: Είναι μόνον ο 97. Ο αριθμός 91 μοιάζει να είναι πρώτος, αλλά δυστυχώς διαιρείται με το 7 και το 13.

Απάντηση στο Β ερώτημα: Χρησιμοποιώντας το ίδιο ψηφίο δύο φορές δεν μπορούμε να έχουμε πρώτο αριθμό, επειδή αυτός θα διαιρείται τουλάχιστον με το 11. Επίσης, το τελευταίο ψηφίο του διψήφιου μας δεν μπορεί να είναι 2 ή 4 ή 5, διότι ο αριθμός που θα φτιάξουμε δεν θα είναι πρώτος. Μένει το τελευταίο ψηφίο να είναι το 3. Οι αριθμοί που πρέπει να εξετάσουμε είναι οι 23, 43 και 53. Αυτοί είναι πρώτοι.

Απάντηση στο Γ ερώτημα: Οποιοσδήποτε συνδυασμός των ψηφίων αυτών, μας δίνει τριψήφιο που έχει άθροισμα 9. Άρα, θα έχουμε αριθμό που διαιρείται με το 3 και το 9. Άρα, δεν μπορούμε να φτιάξουμε τριψήφιους πρώτους με τα ψηφία αυτά, αν τα χρησιμοποιήσουμε από μία φορά.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6^ο

Αν χαράξουμε την ευθεία AK , θα μας βοηθήσει να έχουμε μία εικόνα για τους υπολογισμούς μας.

Απάντηση στο Α ερώτημα: Αν προσθέσουμε $24 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$ θα έχουμε το μήκος της διαμέτρου του μεγαλύτερου κύκλου. Αυτό σημαίνει ότι η ακτίνα του είναι $30:2 = 15 \text{ cm}$.

Απάντηση στο Β ερώτημα: Το εμβαδόν του μεγάλου κύκλου είναι το γινόμενο του αριθμού π επί το 15^2 , δηλαδή είναι 225 φορές ο αριθμός π . Το εμβαδόν του μικρού κύκλου είναι το γινόμενο του αριθμού π επί το 3^2 , δηλαδή είναι 9 φορές ο αριθμός π . Η διαίρεση των δύο εμβαδών μας δίνει τον αριθμό $225:9 = 25$, αριθμός που δείχνει τη σχέση ανάμεσα στα δύο εμβαδά.