

8.3 Το τρένο του Einstein

Η διδασκαλία σχεδιάστηκε λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή στην οποία παρουσιάστηκε το ΝΠ «το τρένο του Einstein» από τους Landau – Rumer (1959 σελ.36-37, 48-53, 58-61)

Οι διδακτικοί στόχοι

Με τη βοήθεια του ΝΠ, οι μαθητές να προβληματιστούν στη σχετικιστική προσέγγιση των εννοιών του χώρου και του χρόνου και πιο συγκεκριμένα να οδηγηθούν στο συμπέρασμα ότι

- η έννοια του ταυτόχρονου είναι σχετική και να είναι σε θέση να το ερμηνεύουν με βάση την σταθερότητα της ταχύτητας του φωτός.
- ο ελάχιστος ρυθμός παρέλευσης χρόνου συμβαίνει στο σύστημα ηρεμίας του ρολογιού που τον μετρά και να είναι σε θέση να το εφαρμόζουν σε διάφορες περιπτώσεις.
- το μήκος ηρεμίας είναι το μέγιστο μήκος ενός αντικείμενου και να είναι σε θέση να το εφαρμόζουν σε διάφορες περιπτώσεις.

Το σχέδιο της διδασκαλίας

Διαγραμματικά το σχέδιο φαίνεται στο σχήμα 38 και αναλυτικότερα περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα:

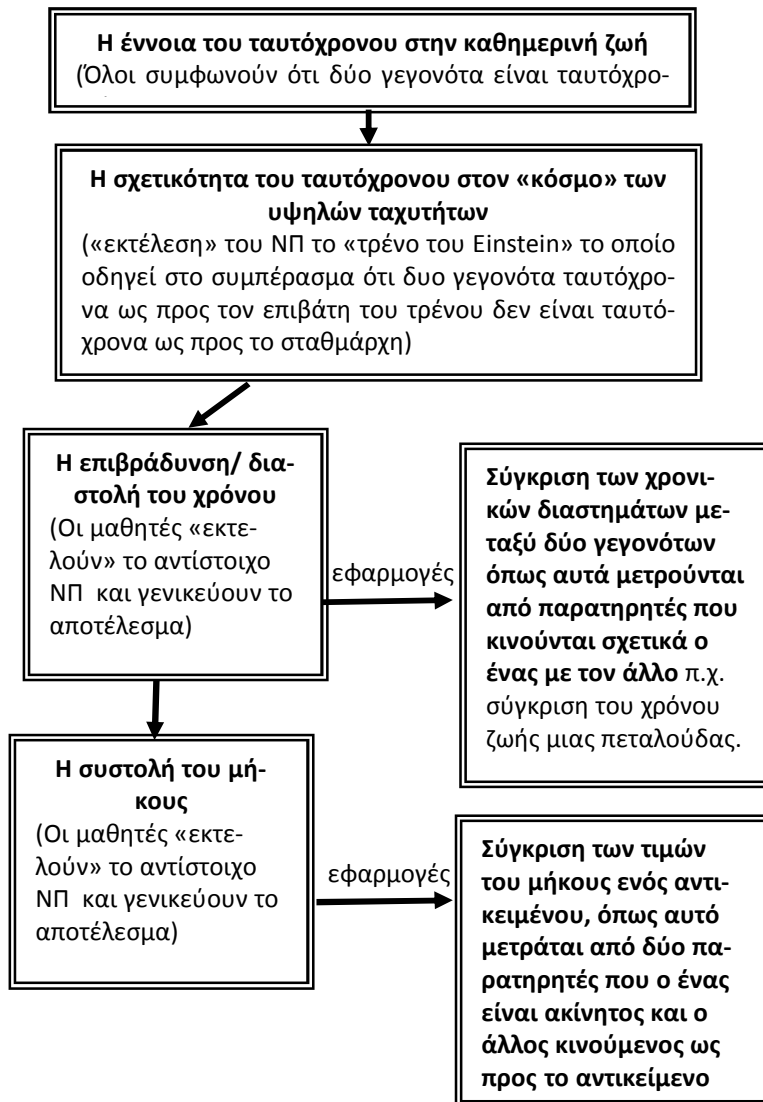
1. *Εισαγωγική διδασκαλία για τα δύο αξιώματα της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας.* (Αυτή η διδασκαλία γίνεται σε μια διδακτική ώρα εκτός του προγραμματισμένου δίωρου).

Ιδιαίτερα τονίζεται στους μαθητές (με παράθεση παραδειγμάτων) ότι όπως δείχνουν διάφορα πειράματα η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι μια σταθερά, δεν εξαρτάται από τη σχετική κίνηση πηγής και παρατηρητή. Αυτό αποτελεί ένα από τα αξιώματα της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας και συμφωνούμε στο εξής (στη διαδικασία που θα ακολουθήσει) να το θεωρούμε δεδομένο.

2. *Συζήτηση για την έννοια του ταυτόχρονου στην καθημερινή ζωή.*

Η συζήτηση ξεκινά με ερώτηση της μορφής: Από ένα ραδιοφωνικό σταθμό μεγάλης εμβέλειας (που ακούγεται από διαφορετικούς ανθρώπους που εργά-

ζονται σε γραφεία, σε αυτοκίνητα, σε πλοία κ.τ.λ) μεταδίδεται η φράση «...Οι δύο κεραυνοί έπεσαν στα δύο καμπαναριά της μικρής πόλης ταυτόχρονα...Η πτώση των κεραυνών είχε σαν αποτέλεσμα να σταματήσουν να λειτουργούν τα ρολόγια μεγάλης ακρίβειας των καμπαναριών...». Τι πιστεύετε σχετικά με τις ενδείξεις που θα παρατηρούν οι κάτοικοι της μικρής πόλης στα σταματημένα ρολόγια. Συζητείστε το νόημα που έχει η φράση «...έπεσαν ... ταυτόχρονα ...» για όλους τους ακροατές του ραδιοφωνικού σταθμού.



3.

Σχ.38 Το σχέδιο διδασκαλίας για το τρένο του Einstein

H

σχετικότητα του ταυτόχρονου στον κόσμο των υψηλών ταχυτήτων.

Η διαπραγμάτευση γίνεται με το ΝΠ. Έτσι αρχικά δίνεται στους μαθητές το παρακάτω κείμενο:

«...Ας φανταστούμε ένα ασυνήθιστο τρένο (στο εξής θα το αποκαλούμε τρένο του Einstein) πολύ μεγάλων διαστάσεων, που κινείται ομαλά με υπερβολικά μεγάλη ταχύτητα u κατά μήκος μιας ευθείας. Ας υποθέσουμε ότι σε μια δοσμένη χρονική στιγμή άναψε μια λάμπα στη μέση του τρένου κι ας υποθέσουμε ακόμα ότι οι αυτόματες πόρτες στο πρώτο και στο τελευταίο βαγόνι ανοίγουν κατά τη στιγμή που το φως φτάνει σ' αυτές. Η ταχύτητα του φωτός σύμφωνα με το ένα αξίωμα της θεωρίας της σχετικότητας είναι $c=300.000\text{Km/s}$ τόσο για τους επιβάτες του τρένου όσο και για αυτούς που στέκονται στο σταθμό...»

Στη συνέχεια ακολουθούν διαδοχικά οι ερωτήσεις

(i) Αν είστε στη θέση ενός επιβάτη του τρένου, ποιο από τα παρακάτω θα βγάζατε ως συμπέρασμα

- A. Πρώτα θα ανοίξει η μπροστινή πόρτα
- B. Πρώτα θα ανοίξει η πίσω πόρτα
- Γ. Οι πόρτες θα ανοίξουν ταυτόχρονα

Δικαιολογήστε την επιλογή σας.

(ii) Αν είστε στη θέση κάποιου που στέκεται στην αποβάθρα (π.χ. του σταθμάρχη), ποιο από τα παρακάτω θα βγάζατε ως συμπέρασμα

- A. Πρώτα θα ανοίξει η μπροστινή πόρτα
- B. Πρώτα θα ανοίξει η πίσω πόρτα
- Γ. Οι πόρτες θα ανοίξουν ταυτόχρονα

Δικαιολογήστε την επιλογή σας.

(iii) Να συγκρίνετε το συμπέρασμα του επιβάτη με το συμπέρασμα του σταθμάρχη. Τι έχετε να παρατηρήσετε σε σχέση με αυτά που συζητήσατε σχετικά με την πτώση των κεραυνών στα καμπαναριά;

4. Διερεύνηση των απόψεων των μαθητών σε σχέση με την έκφραση «το ρολόι πάει πίσω» και επίσης αν οι μαθητές μπορεί αρχικά να έχουν ιδέες για φαινόμενα διαστολής χρόνου.

Δίνεται στους μαθητές το παρακάτω κείμενο να το διαβάσουν ατομικά

«... Ταξιδεύουμε με το τρένο του Einstein πάνω σε μια απέραντη σιδηροδρομική γραμμή. Η απόσταση δυο σταθμών είναι 864.000.000 Km (περίπου 6 φορές μεγαλύτερη από την απόσταση Ήλιου – Γης!!!!). Το τρένο, ταξιδεύοντας με 240.000 Km/s, θα καλύψει σε αυτή την απόσταση. Και στους δυο σταθμούς υπάρχουν ρολόγια. Ένας ταξιδιώτης του τρένου στον πρώτο σταθμό συγχρονίζει το ρολόι του με το ρολόι του σταθμού. Φτάνοντας όμως στο δεύτερο σταθμό διαπιστώνει έκπληκτος, ότι το ρολόι του πάει πίσω, ενώ ήταν σίγουρος ότι δούλευε καλά. Τι συνέβη;...»

Στη συνέχεια δίνονται διαδοχικά ερωτήσεις της μορφής.

(α) Μπορείτε να υπολογίσετε το χρόνο για να συμπληρώσετε το κενό στο παραπάνω κείμενο;

(β) Τι σημαίνει ότι ένα ρολόι A «πάει πίσω» σε σχέση με ένα ρολόι B;

(γ) Τι έχετε να πείτε για το ρυθμό των χτύπων (τικ - τακ) των δύο παραπάνω ρολογιών;

(δ) Μπορείτε να σκεφτείτε κάτι για να απαντήσετε στο ερώτημα των συγγραφέων του κειμένου γιατί το ρολόι του ταξιδιώτη πάει πίσω; (Οι μαθητές συνήθως δεν είναι σε θέση να δώσουν εξήγηση ή εξηγούν με βάση τη διαφορά ώρας).

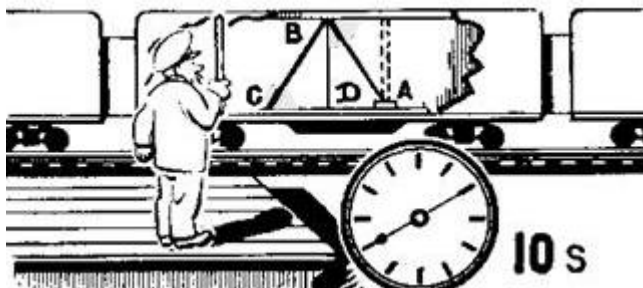
5. Ποιοτική εξήγηση της διαστολής του χρόνου με τη βοήθεια του ΝΠ.

Η διαδικασία γίνεται με σειρά διαδοχικών ερωτήσεων:

(α) Ας υποθέσουμε ότι ο ταξιδιώτης του τρένου που αναφέρθηκε στο προηγούμενο κείμενο στέλνει μια δέσμη φωτός στο ταβάνι από ένα ηλεκτρικό φακό που βρίσκεται στο πάτωμα του βαγονιού. Στο ταβάνι είναι τοποθετημένος ένας καθρέφτης και έτσι η δέσμη ανακλάται πίσω στο πάτωμα. Ένας σκιτσογράφος σχεδίασε το σκίτσο στο σχήμα 39 και ισχυρίζεται ότι ο ταξιδιώτης και ο σταθμάρχης θα «δουν» διαφορετικές πορείες για το φως, τις οποίες και σχεδίασε. Η μια ισχυρίζεται είναι η διακεκομμένη γραμμή και η άλλη η ABC. Συμφωνείτε με το σκιτσογράφο; Ναι ή όχι και γιατί; Αν συμφωνείτε ποια είναι η πορεία που «βλέπει» καθένας από τους παραπάνω παρατηρητές;

(β) Με δεδομένο ότι η ταχύτητα του φωτός είναι ίδια για όλους τους παρατηρητές μπορείτε να συγκρίνετε τους χρόνους που μετρούν μεταξύ των γεγονότων «εκπομπή» και «άφιξη» του φωτός ο ταξιδιώτης και ο σταθμάρχης;

(γ) Μπορείτε να δώσετε τώρα μια εξήγηση γιατί το ρολόι του ταξιδιώτη πήγαινε πίσω;



Σχ.39 Το σκίτσο από το βιβλίο των Landau & Rumer

6. Ποσοτική μελέτη της «διαστολής του χρόνου» με τη βοήθεια του ΝΠ και εφαρμογές.

Γίνεται με την παρακάτω σειρά ερωτήσεων

(α) Ας υποθέσουμε ότι ο παρατηρητής του σταθμού (σταθμάρχης) βεβαιώνεται ότι περνούν $T=10\text{s}$ από την αναχώρηση ως την επιστροφή της δέσμης του φωτός. Κατά τη διάρκεια αυτών των 10s πόση απόσταση (x) διάνυσε συνολικά η δέσμη για αυτόν τον παρατηρητή; (Γνωστή η $c=300.000\text{km/s}$)

(β) Ποιο το μήκος κάθε μιας από τις πλευρές AB και BC του τριγώνου ABC;

(γ) Υπολογίστε το μήκος της πλευράς AC του τριγώνου ABC (Η ταχύτητα του τραίνου είναι $v=240.000\text{ Km/s}$);

(δ) Ποιο το ύψος αυτού του φανταστικού βαγονιού (Προφανώς γνωρίζετε το πυθαγόρειο θεώρημα);

(ε) Βρείτε τώρα τον απαιτούμενο χρόνο T_0 που θα υπολογίσει ο ταξιδιώτης ώστε να ταξιδέψει η δέσμη από το φακό στον καθρέφτη και πάλι στο φακό. Συγκρίνετε αυτό το χρόνο με το χρόνο T . Συζητήστε το νόημα που έχει για σας το αποτέλεσμα που βρήκατε.

(στ) μπορείτε τώρα να υπολογίσετε πόσο πήγαινε πίσω το ρολόι του ταξιδιώτη όταν αυτός έφθασε στο δεύτερο σταθμό;

(ζ) Έστω το πείραμα δεν γινόταν στο βαγόκι αλλά στο σταθμό. Δηλαδή, ο φακός ήταν στο πάτωμα του σταθμού και έστελνε τη δέσμη του φωτός στο ταβάνι του σταθμού που είχε καθρέφτη και έτσι το φως μετά από ανάκλαση θα επέστρεφε στο πάτωμα. Πάλι ο ταξιδιώτης και ο σταθμάρχης θα υπολογί-

σουν το χρόνο μεταξύ των γεγονότων «εκπομπή» και «άφιξη» του φωτός. Ποιος θα μετρήσει λιγότερο χρόνο;

(η) Έστω ότι δύο γεγονότα συμβαίνουν στη θέση ενός ρολογιού A και ο χρόνος μεταξύ των γεγονότων που μετρά το ρολόι είναι T_0 (λέγεται ιδιόχρονος). Ένα άλλο ρολόι B που κινείται σε σχέση με το A μετρά χρόνο T μεταξύ των δύο γεγονότων. Μπορείτε με βάση τα παραπάνω να βγάλετε ένα γενικό συμπέρασμα για τη σχέση μεταξύ των χρόνων αυτών; Ή και για τη σχέση μεταξύ των ρυθμών παρέλευσης του χρόνου;

(θ) Έστω σε διαστημόπλοιο που απομακρύνεται από τη Γη με πολύ μεγάλη ταχύτητα υπάρχει ένα εργαστήριο βιολογίας. Οι επιστήμονες του εργαστηρίου παρατήρησαν ότι μια μικρή πεταλούδα έζησε 10min. Για τους ανθρώπους στη Γη η πεταλούδα έζησε πάλι 10min; λιγότερο; ή περισσότερο; Δικαιολογείστε την άποψή σας.

(ι) Ας επιστρέψουμε στο αρχικό πείραμα (όπου η εκπομπή και η άφιξη του φωτός γινόταν στο βαγόνι) και ας ονομάσουμε v την ταχύτητα του τρένου, c την ταχύτητα του φωτός. Εφαρμόστε το πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο ADB και θέστε τα διάφορα μήκη ως γινόμενα της κατάλληλης ταχύτητας επί τον αντίστοιχο χρόνο. Με εκτέλεση των πράξεων προσπαθήστε να καταλήξετε στη γενική σχέση μεταξύ των χρόνων T και T_0 , η οποία είναι:

$$T = \gamma T_0, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

(κ) Έστω ένα διαστημόπλοιο που κινείται ως προς τη Γη με ταχύτητα $0,8c$. Μέσα στο διαστημόπλοιο αναβοσβήνει ένα λαμπάκι κάθε $1,2s$ σύμφωνα με το ρολόι του διαστημόπλοιου. Κάθε πόσα δευτερόλεπτα αναβοσβήνει το λαμπάκι σύμφωνα το ρολόι του διαστημικού σταθμού που βρίσκεται στη Γη;

7. Μελέτη της «συστολής του μήκους» με τη βοήθεια του ΝΠ και εφαρμογές.

Γίνεται με σειρά ερωτήσεων

(α) Τι πιστεύετε η σχετικότητα των χρονικών διαστημάτων μπορεί να σημαίνει και σχετικότητα του μήκους ενός αντικειμένου, ως προς διαφορετικούς κινούμενους μεταξύ τους παρατηρητές;

(β) Ας φανταστούμε ότι το τραίνο του Einstein κινείται στην αποβάθρα ενός σταθμού μήκους 2.400.000Km. Το τραίνο από τα ένα άκρο της αποβάθρας ως το άλλο, κάνει $2.400.000/240.000=10s$ με το ρολόι του σταθμού. Σύμφωνα με όσα θυμάστε από το προηγούμενο πείραμα πόσο χρόνο θα κάνει το τρένο να διασχίσει την αποβάθρα σύμφωνα με τους επιβάτες;

(γ) Τι μήκος θα ισχυριστούν οι επιβάτες ότι έχει η αποβάθρα, βασιζόμενοι στις δικές τους μετρήσεις; Τι συμπέρασμα βγάζετε;

(δ) Διαβάστε τώρα το παρακάτω κείμενο και συζητήστε το νόημά του.

«...Το μήκος της αποβάθρας, όπως βλέπουμε, είναι μεγαλύτερο ως προς το σύστημα που είναι ακίνητο σε σχέση με αυτή, απ' ότι ως προς το σύστημα σε σχέση με το οποίο η αποβάθρα κινείται.

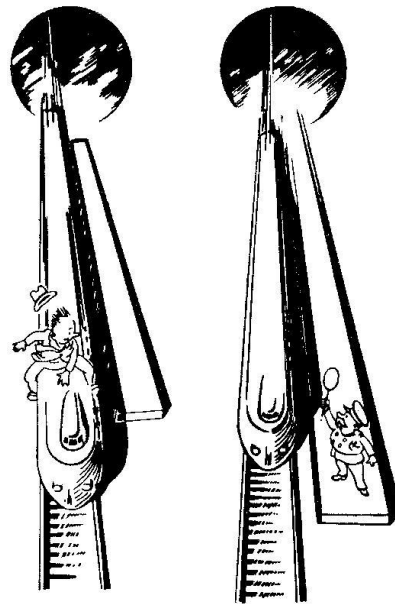
Όλα τα κινούμενα σώματα συστέλλονται κατά τη διεύθυνση της κινήσεως τους.

Ωστόσο, αυτή η συστολή δεν αποδειχνει καθόλου ότι η κίνηση είναι απόλυτη το σώμα αποκτά τις πραγματικές του διαστάσεις όταν το βλέπουμε από ένα σύστημα που είναι ακίνητο ως προς αυτό. Ομοίως, οι επιβάτες θα νομίσουν ότι η αποβάθρα έχει συσταλεί, ενώ ο κόσμος πάνω σ' αυτή θα νομίσει ότι το τραίνο του Einstein έγινε κοντύτερο (κατά λόγο 6 προς 10).

Αυτό όμως δεν είναι οπτική απάτη. Όλα τα όργανα που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση του μήκους ενός σώματος θα το δείξουν κι αυτά...»

(ε) Σας δίνετε το σκίτσο (σχ.40) που έκανε ένας σκιτσογράφος, ο οποίος ισχυρίζεται ότι παριστάνει αυτό που πιστεύει ο σταθμάρχης και αυτό που πιστεύει ο επιβάτης. Εσείς τι θα λέγατε παρατηρώντας τα σκίτσα; Ποιο αντιστοιχεί στις μετρήσεις του σταθμάρχη και ποιο στις μετρήσεις του επιβάτη;

(στ) Ας φανταστείτε μια μάγισσα η οποία μπορεί με τη σκούπα της να κινείται με ταχύτητες αρκετά κοντά στην ταχύτητα του φωτός (ούτε η μάγισσα μπορεί να την ξεπεράσει). Αρχικά η μάγισσα έρχεται στην τάξη σας και τοποθετεί τη σκούπα κατά μήκος της έδρας η οποία έχει μήκος 3m και πλάτος



Σχ.40 Το σκίτσο από το βιβλίο των Landau & Rumer για τη συστολή του μήκους

2m. Παρατηρείτε ότι η σκούπα είναι και αυτή 3m γιατί ταιριάζει ακριβώς με το μήκος της έδρας. Η μάγισσα κάποια στιγμή φεύγει και σε λίγο επιστρέφει με τεράστια ταχύτητα κινούμενη παράλληλα με την μεγαλύτερη πλευρά της έδρας (με εκείνη που αρχικά ταίριαζε η σκούπα).

Ποια άποψη θα έχετε εσείς και ποια η μάγισσα για το μήκος της σκούπας και για το μήκος της έδρας; Υπάρχει περίπτωση η μάγισσα να πιστεύει ότι η έδρα είναι τετράγωνη;

8.4 Το μικροσκόπιο του Heisenberg

Η διδασκαλία σχεδιάστηκε λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή στην οποία παρουσιάστηκε το ΝΠ «μικροσκόπιο του Heisenberg» από τον Gamow (1990/1995 σελ.110-122)

Οι διδακτικοί στόχοι

Με τη βοήθεια του ΝΠ, οι μαθητές να προσεγγίσουν την αρχή της απροσδιοριστίας (ΑΑ) και κάποιες συνέπειές της, πιο συγκεκριμένα

- να οδηγηθούν στη διατύπωσή της
- να είναι σε θέση να εξηγούν ότι αυτή η αρχή δεν είναι αποτέλεσμα ατέλειας των συσκευών. Είναι μια γενική αρχή στη φύση (ισχύει τόσο στο μικρόκοσμο όσο και στο μακρόκοσμο), απλώς τα αποτελέσματά της είναι άμεσα εμφανή στο μικρόκοσμο.
- Να διαπιστώσουν ότι δεν είναι δυνατό να προσδιοριστεί η τροχιά σωματιδίου ως απείρως λεπτή συνεχής (γεωμετρική) γραμμή.

Το σχέδιο της διδασκαλίας

Διαγραμματικά το σχέδιο φαίνεται στο σχήμα 41 και αναλυτικότερα περιλαμβάνει τα παρακάτω βήματα:

1. *Εισαγωγική διδασκαλία για τη φύση του φωτός* (Αυτή η διδασκαλία γίνεται σε μια διδακτική ώρα εκτός του προγραμματισμένου δώρου).

Κάθε ακτινοβολία χαρακτηρίζεται από ένα μήκος κύματος λ και τα αντίστοιχα φωτόνια έχουν ορμή $p=h/\lambda$.

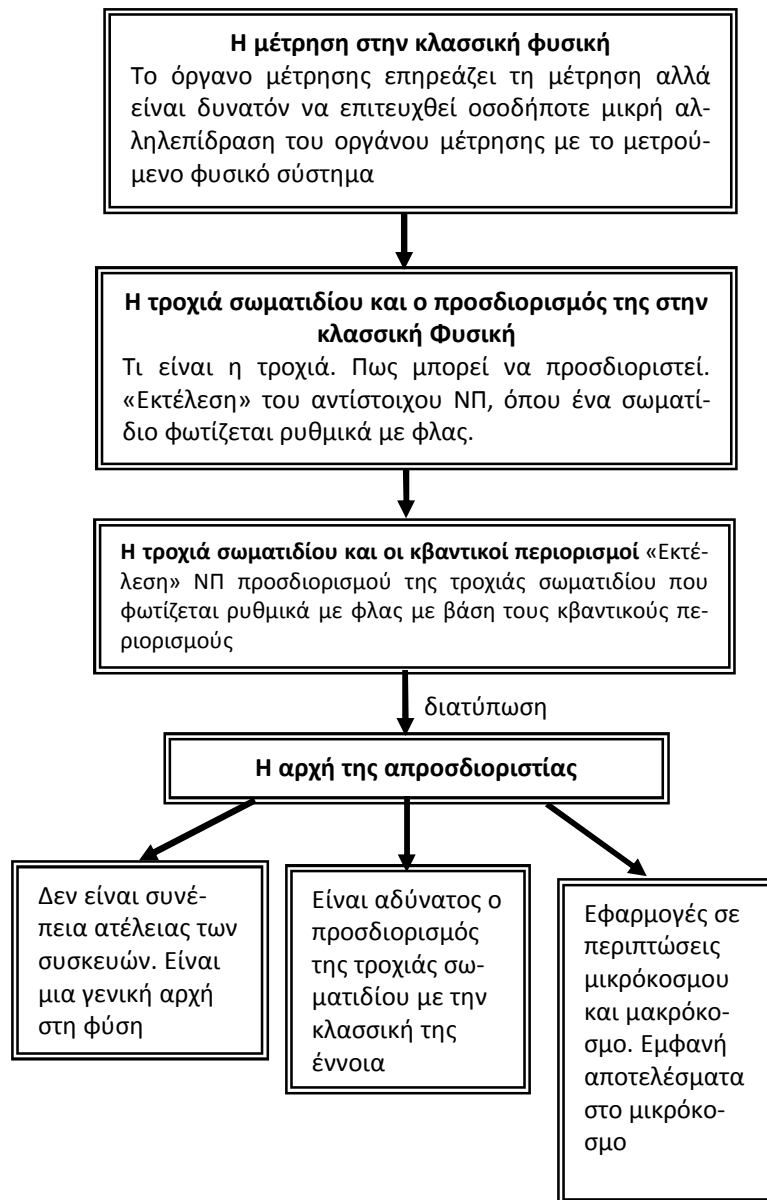
2. *Διαπραγμάτευση των ιδεών για τη μέτρηση στην κλασική φυσική*

(Το όργανο μέτρησης επηρεάζει τη μέτρηση αλλά η αλληλεπίδραση είναι δυνατόν να γίνει οσοδήποτε μικρή με την κατασκευή κατάλληλου οργάνου).

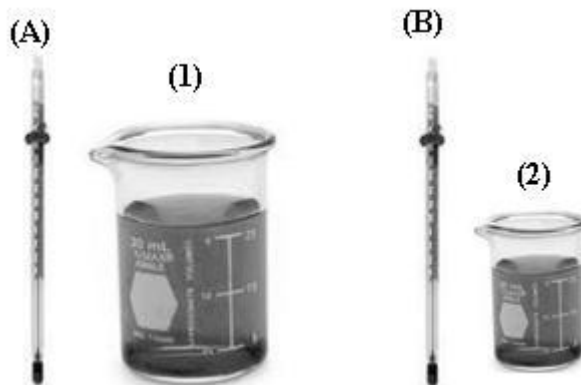
(ι) Η ανίχνευση των ιδεών γίνεται με την ερώτηση:

Διαθέτεις δύο όμοια θερμόμετρα Α, Β του σχολικού εργαστηρίου και θέλεις να μετρήσεις τη θερμοκρασία δύο διαφορετικών ποσοτήτων ζεστού λα-

διού (1),(2), όπως φαίνεται στο σχήμα 42. Οι δύο μετρήσεις είναι κατά τη γνώμη σας της ίδιας ακρίβειας ή όχι και γιατί; Συζητήστε το.



Σχ. 41 Το σχέδιο διδασκαλίας για την αρχή της απροσδιοριστίας



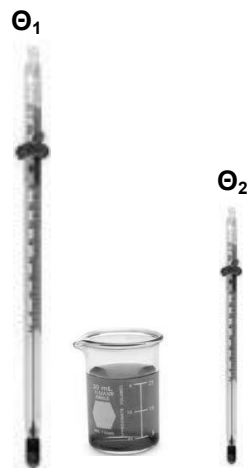
Σχ.42 Μέτρηση με ίδια θερμομέτρα της θερμοκρασίας διαφορετικών ποσοτήτων λαδιού

(ii) Μετά την έκφραση των απόψεων των μαθητών τους δίνεται το παρακάτω κείμενο του Gamow να το διαβάσουν και κατόπιν να το συζητήσουν αναλογιζόμενοι της προηγούμενες απόψεις τους.

Στην κλασική Φυσική ήταν πάντοτε δεκτό ως αυτονόητο ότι η αλληλεπίδραση δύο οποιωνδήποτε φυσικών σωμάτων θα μπορούσα να γίνει όσο μικρή απαιτούσαν οι συνθήκες του πειράματος και, πρακτικά, μηδενική οποτεδήποτε ήταν αναγκαίο. Για παράδειγμα, αν κατά τις έρευνες για τη θερμότητα που αναπτύσσεται σε ορισμένες διεργασίες υπάρχει φόβος ότι η χρήση θερμομέτρου θα απομακρύνει κάποιο ποσό θερμότητας, διαταράσσοντας έτσι την ομαλή πορεία εξέλιξης της παρατηρούμενης διεργασίας, με τη χρήση ενός πολύ μικρού θερμομέτρου η διαταραχή αυτή θα περιοριστεί σε σημείο κάτω από το όριο της απαιτούμενης ακρίβειας.

Μετά τη διαπραγμάτευση ο έλεγχος γίνεται με την ερώτηση:

Ποιό από τα δύο θερμομέτρα Θ_1 , Θ_2 (ίδιης κατασκευής), του σχήματος 43, θα διαλέγατε για να μετρήσετε με τη μεγαλύτερη ακρίβεια τη θερμοκρασία ζεστού λαδιού που βρίσκεται σε ένα μικρό δοχείο, όπως φαίνεται στο σχήμα;



Σχ.43 Μέτρηση με θερμομέτρα διαφορετικής μάζας της ίδιας ποσότητας λαδιού

Αν διαθέτετε μια σειρά από θερμόμετρα διαφορετικών μεγεθών τι θα κάνατε για να αυξήνατε ολοένα την ακρίβεια της μέτρησης;

3. Διερεύνηση των απόψεων των μαθητών για την τροχιά σωματιδίου και πως θα μπορούσαν να την προσδιορίσουν πειραματικά.

Οι ερωτήσεις είναι της μορφής:

Στο μάθημα της Φυσικής σε προηγούμενο σχολικό έτος είχε αναφερθεί ο όρος τροχιά ενός κινούμενου σωματίου. Να αναφέρετε ότι γνωρίζετε για το τι είναι η τροχιά ενός κινούμενου σωματίου, συζητήστε το και καταλήξτε σε μια άποψη.

Πώς κατά τη γνώμη σας θα μπορούσατε να προσδιορίσετε πειραματικά την τροχιά ενός πολύ μικρού εντόμου που κινήθηκε πετώντας κατά μήκος της τάξης; Τι όργανα θα χρησιμοποιούσατε;

4. Η «εκτέλεση» ΝΠ προσδιορισμού της τροχιάς σωματιδίου (το οποίο φωτίζεται ρυθμικά με φλας) με ολοένα αυξανόμενη ακρίβεια από ένα «κλασικό» Φυσικό.

Δίνεται στους μαθητές να διαβάσουν ατομικά το παρακάτω κείμενο του Gamow

«...ας φανταστούμε έναν φυσικό που διαθέτει όλα τα είδη ευαίσθητων συσκευών, ο οποίος προσπαθεί να παρακολουθήσει την κίνηση ενός πολύ μικρού υλικού σώματος. Έχοντας αποφασίσει να κάνει τις παρατηρήσεις του με «οπτικό» τρόπο, χρησιμοποιεί για το σκοπό αυτό μία κάμερα μεγάλης ακρίβειας. Βέβαια, για να μπορεί να βλέπει το κινούμενο σώμα πρέπει να το φωτίζει, γνωρίζοντας όμως ότι το φως, γενικώς, ασκεί κάποια δράση στο σώμα, η οποία ίσως επηρεάζει την κίνηση του, αποφασίζει να χρησιμοποιήσει φλας μικρής διάρκειας μόνο κατά τις χρονικές στιγμές που κάνει τις παρατηρήσεις του. Αρχικά, θέλει δοκιμαστικά να παρατηρήσει μόνο δέκα σημεία της τροχιάς του σώματος, γι' αυτό επιλέγει το φλας που χρησιμοποιεί να έχει τόσο μικρή ένταση ώστε η ολική επίδραση της πίεσης του φωτός κατά τους δέκα φωτισμούς να μην είναι σημαντική. Έτσι, φωτίζοντας δέκα φορές το σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του, παίρνει δέκα σημεία πάνω στην τροχιά του, με την ακρίβεια που θέλει.

Στη συνέχεια ο ερευνητής μας θέλει να επαναλάβει το πείραμα, παίρνοντας όμως εκατό -όχι μόνο δέκα- σημεία. Γνωρίζει ότι μία εκατοντάδα διαδοχικών φωτισμών θα επηρεάσει αρκετά την κίνηση του σώματος, γι' αυτό επιλέγει γι' αυτή τη δεύτερη σειρά παρατηρήσεων φλας με ένταση δέκα φορές μικρότερη από πριν. Για την τρίτη

σειρά παρατηρήσεων, που αφορά αυτή τη φορά χίλια σημεία, επιλέγει φλας με ένταση εκατό φορές μικρότερη της αρχικής.

Ενεργώντας με τον τρόπο αυτό, μειώνοντας δηλαδή σταθερά την ένταση του φωτισμού που χρησιμοποιεί, ο παρατηρητής μπορεί να πάρει πάνω στην τροχιά του κινητού όσα σημεία θέλει, χωρίς να αυξηθεί το πιθανό σφάλμα μέτρησης πέρα απ' το όριο που είχε επιλέξει αρχικά. Αυτή η ιδανική, αλλά γενικά αρκετά πιθανή, διαδικασία αναπαριστά άμεσα τη λογική πορεία «κατασκευής» της τροχιάς της κίνησης «με παρατήρηση του κινούμενου σώματος» και, όπως βλέπετε, στο πλαίσιο της κλασικής Φυσικής είναι πραγματοποιήσιμη...»

Στη συνέχεια τους ζητείται να περιγράψουν το πείραμα με δικά τους λόγια και να βρουν μία αναλογία ανάμεσα στην παραπάνω διαδικασία και στη διαδικασία μέτρησης της θερμοκρασίας μιας ποσότητας λαδιού με ολοένα αυξανόμενη ακρίβεια, χρησιμοποιώντας θερμομέτρα διαφορετικών διαστάσεων.

5. Η «εκτέλεση» του ΝΠ προσδιορισμού της τροχιάς σωματιδίου με την εισαγωγή των κβαντικών περιορισμών.

Γίνεται σε τρία βήματα.

1^ο βήμα (Η μείωση της έντασης μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας μπορεί να γίνει θεωρητικά έως το ένα φωτόνιο ανά φωτισμό)

Οι μαθητές εισάγονται στον προβληματισμό με ερώτηση της μορφής:

Ας υποθέσουμε ότι ο πειραματιστής στο παραπάνω πείραμα χρησιμοποιεί μονοχρωματική ακτινοβολία (π.χ. ιώδη) και η συσκευή παρατήρησης μπορεί να ανιχνεύει οσοδήποτε μικρή ένταση φωτός. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η ακτινοβολία που χρησιμοποιεί ο πειραματιστής αποτελείται από κβάντα φωτός (φωτόνια) πιστεύετε ότι μπορεί να μειώνει οσοδήποτε την ένταση του φωτισμού;

2^ο Βήμα (Η μείωση της «δράσης» του ενός φωτονίου μπορεί να επιτευχθεί με αύξηση του μήκους κύματος λ)

Οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν στην ερώτηση:

Αν ήσασταν στη θέση του πειραματιστή τι θα μπορούσατε να κάνετε για να μειώσετε τη δράση του φωτονίου πάνω στο κινούμενο σωματίδιο;

3^ο βήμα (δεν είναι δυνατό να παρατηρηθούν λεπτομέρειες μικρότερες από το χρησιμοποιούμενο μήκος κύματος)

Οι μαθητές δεν έχουν διδαχτεί κάτι για τη «διακριτική ικανότητα» και ούτε είναι αυτό δυνατό να γίνει μέσα στο χρονικό πλαίσιο της διδασκαλίας. Έτσι

επιλέγεται για το ξεπέρασμα της δυσκολίας μια προσέγγιση με τη βοήθεια αναλογίας. Προφανώς οι μαθητές δεν θα κατακτήσουν την αντίστοιχη επιστημονική γνώση, όμως θα αποκτήσει νόημα γι' αυτούς το ότι «δεν είναι δυνατό να παρατηρηθούν λεπτομέρειες μικρότερες από το χρησιμοποιούμενο μήκος κύματος» και έτσι θα είναι δυνατό να προχωρήσει η διαδικασία. Για το σκοπό αυτό αρχικά τίθεται μια ερώτηση της μορφής:

Υποθέστε ότι ένα μικρό έντομο μήκους 1 cm περπατά τη νύχτα σε μια σκοτεινή οθόνη η οποία αποτελείται από λαμπάκια διαμέτρου 3 cm. Κάθε λαμπάκι έχει αισθητήρα και ανάβει όταν είναι σε επαφή με το έντομο. Με πόση σιγουριά μπορείτε να εκτιμήσετε τη θέση του εντόμου; Ή με άλλα λόγια ποια είναι η αβεβαιότητα / απροσδιοριστία για τη θέση του εντόμου;

Μετά τη διαπραγμάτευση δίνεται στους μαθητές το παρακάτω κείμενο του Gamow να το διαβάσουν ατομικά και κατόπιν να γίνει συζήτηση για το νόημά του.

«...Στο σημείο αυτό, (όπου ο πειραματιστής χρησιμοποιεί ολοένα μικρότερα μήκη κύματος), θα συναντήσει μια άλλη δυσκολία. Είναι πασίγνωστο ότι όταν κάποιος χρησιμοποιεί φως που έχει ορισμένο μήκος κύματος δεν είναι δυνατό να παρατηρήσει λεπτομέρειες το μέγεθος των οποίων είναι μικρότερο από το χρησιμοποιούμενο μήκος κύματος. Όντως, δεν είναι δυνατό να ζωγραφίσουμε μια περσική μινιατούρα με τη βούρτσα του ελαιοχρωματιστή. Έτσι όμως, χρησιμοποιώντας όλο και μεγαλύτερα μήκη κύματος, ο παρατηρητής μας θα χάσει τη δυνατότητα εκτίμησης της θέσης κάθε μεμονωμένου σημείου και, πολύ γρήγορα, θα φτάσει στην κατάσταση όπου κάθε τέτοια εκτίμηση θα έχει ένα «ποσό» αβεβαιότητας. ... Τελικά, θα αναγκαστεί να κάνει ένα συμβιβασμό ανάμεσα στο μεγάλο αριθμό παρατηρούμενων σημείων και στην αβεβαιότητα εκτίμησης, και ποτέ δεν θα κατορθώσει να φτάσει σε μια ακριβή τροχιά υπό τη μορφή μαθηματικής γραμμής, σαν εκείνες στις οποίες κατέληγαν οι «κλασικοί» συνάδελφοι του. Τα καλύτερα αποτελέσματα του δεν θα δίνουν ως τροχιά παρά μια φαρδιά «ασαφή» λωρίδα...»

Μετά τη συζήτηση για έλεγχο τίθεται στις ομάδες το ερώτημα:

Θέλεις να προσδιορίσεις τη θέση ή την ορμή ενός σωματιδίου. Για να το παρατηρήσεις σχεδιάζεις ένα πείραμα κατά το οποίο θα «φωτίσεις» το σωματίδιο με κάποια ακτινοβολία της οποίας τα ανακλώμενα, από το σωματίδιο, φωτόνια θα ανιχνευτούν από μια υπερευαίσθητη κάμερα, η οποία μπορεί να ανιχνεύει έστω και ένα φωτόνιο. Για τις ακτινοβολίες που μπορείς να χρησιμοποιήσεις έχεις δύο επιλογές:

(A) Ακτινοβολία μήκους κύματος λ

(B) Ακτινοβολία μήκους κύματος $\lambda' = 100\lambda$

Ποια επιλογή θα έκανες αν ενδιαφερόσουν (ι) να προσδιορίσεις κάποια στιγμή με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια τη θέση (ιι) να μεταβληθεί όσο το δυνατόν λιγότερο η ορμή του σωματιδίου (να «διαταραχτεί» όσο το δυνατόν λιγότερο η κίνησή του);

6. Η διατύπωση της αρχής της απροσδιοριστίας / αβεβαιότητας και οι συνέπειές της.

(Όσο ακριβέστερα προσδιορίζεται η θέση, τόσο πιο ασαφής /αβέβαιη γίνεται η ορμή (ή η ταχύτητα) και αντιστρόφως – Η Α.Α. δεν είναι συνέπεια ατέλειας των συσκευών - Δεν είναι δυνατόν η τροχιά να προσδιοριστεί ως γεωμετρική γραμμή - Λόγω της μικρής τιμής του h οι συνέπειες είναι άμεσα εμφανείς μόνο στο μικρόκοσμο)

Οι μαθητές με σειρά ερωτήσεων καθοδηγούνται στη διατύπωση και τις συνέπειες της αρχής (με λόγια και με τις μαθηματικές σχέσεις

$$\Delta P_{\text{σωματίου}} \times \Delta x_{\text{σωματίου}} \approx h \quad \text{ή} \quad \Delta U_{\text{σωματίου}} \times \Delta x_{\text{σωματίου}} \approx h/m_{\text{σωματίου}}).$$

Οι ερωτήσεις είναι της μορφής:

- Αν ονομάσουμε $\Delta x_{\text{σωματίου}}$ την αβεβαιότητα του παρατηρητή για την θέση του σωματιδίου κάποια στιγμή, αυτή με τι είναι περίπου ίση (σε τάξη μεγέθους);
- Αν υποθέσουμε ότι η κρούση του φωτονίου με το σωματίδιο εισάγει μια αβεβαιότητα $\Delta P_{\text{σωματίου}}$ στην ορμή του σωματιδίου της τάξης μεγέθους της ορμής του φωτονίου, πόση θα είναι αυτή; Η υπόθεση είναι λογική;
- Προσπαθήστε να συμπληρώσετε το 2^ο μέλος των σχέσεων

$$(1) \Delta P_{\text{σωματίου}} \times \Delta x_{\text{σωματίου}} \approx$$

$$(2) \Delta U_{\text{σωματίου}} \times \Delta x_{\text{σωματίου}} \approx$$

- Από τις σχέσεις (1), (2) τι παρατηρείτε για τη σχέση των τιμών $\Delta x_{\text{σωματίου}}$ και $\Delta P_{\text{σωματίου}}$; Με άλλα λόγια αν προσδιορίζουμε με πολύ μεγάλη ακρίβεια τη θέση ενός σωματιδίου τι συμπέρασμα βγάζετε για την ακρίβεια προσδιορισμού της ορμής του (ή της ταχύτητάς του) και αντιστρόφως;

- Με βάση την απάντησή σας στην προηγούμενη ερώτηση μπορείτε να διατυπώσετε με λόγια τη σχέση (1) (ή 2) η οποία αποτελεί την

αρχή της απροσδιοριστίας ή αβεβαιότητας που εισήγαγε ο Γερμανός Φυσικός Heisenberg;

- Τι θα απαντούσατε αν σας έλεγε κάποιος ότι σύμφωνα με την παραπάνω αρχή δεν είναι δυνατόν να υπολογίσουμε κάποια χρονική στιγμή τη θέση ενός σωματιδίου με οποιαδήποτε ακρίβεια επιθυμούμε;

- Κάποιος υποστηρίζει ότι η αρχή της απροσδιοριστίας οφείλεται στο γεγονός ότι οι συσκευές που χρησιμοποιούμε στα πειράματα δεν είναι ιδανικές. Τι θα απαντούσατε; Θα μπορούσε ο πειραματιστής να βελτιώσει κάτι στη μετρητική του συσκευή ώστε να πάψει να ισχύει η Α.Α;

- Μπορούμε να προσδιορίσουμε την τροχιά ενός ηλεκτρονίου ως πάρα πολύ λεπτή συνεχή (γεωμετρική) γραμμή;

- Συζητήστε κατά πόσο πιστεύετε ότι η τροχιά ενός ηλεκτρονίου είναι μια γεωμετρική γραμμή.

- Προσπαθήστε να απαντήσετε στις ερωτήσεις

(Α) Η τάξη μεγέθους της σταθεράς του Planck είναι 10^{-34} J.s και η αβεβαιότητά σου για τη θέση ενός ηλεκτρονίου είναι της τάξης του 10^{-10} m (όσο η διάμετρος του ατόμου) θα μπορούσες να προσδιορίσεις σε αυτή την περίπτωση την αβεβαιότητα της ταχύτητας αν δίνεται ότι η τάξη μεγέθους της μάζας του ηλεκτρονίου είναι 10^{-30} Kg;

(Β) Αν το ηλεκτρόνιο βρισκόταν σε ένα επιταχυντή και σου αρκούσε ακρίβεια στη μέτρηση της θέσης $1\text{mm}=10^{-3}\text{m}$, ποια θα ήταν τότε η αβεβαιότητα στην ταχύτητα;

(Γ) Αν αντί για ηλεκτρόνιο είχες ένα κόκκο σκόνης με μάζα 10^{-10} Kg τι θα εύρισκες στην περίπτωση του ερωτήματος (Β);

(Δ) Κάνε ένα σχόλιο για τα αποτελέσματα των υπολογισμών σου;