

σημειακό φορτίο



φορτισμένο σώμα



σφαιρικό φορτισμένο σώμα

σχήμα 1

σημειακό σώμα και σημειακό φορτίο

Ένα σώμα λέγεται **σημειακό** όταν οι διαστάσεις του είναι τόσο μικρές ώστε να θεωρούνται αμελητέες για το φαινόμενο που μελετάμε. Στη φυσική ένα τέτοιο σημειακό σώμα το συμβολίζουμε με ένα σημείο.

Αν το σημειακό σώμα είναι φορτισμένο τότε μιλάμε για ένα **σημειακό φορτισμένο σώμα**. Αν για το φαινόμενο που μελετάμε η μάζα του σημειακού σώματος δεν παίζει ρόλο και μας ενδιαφέρει μόνο το φορτίο του τότε το ονομάζουμε απλά **σημειακό φορτίο**.

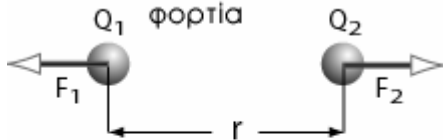
Εκτός, βέβαια, από τα φορτισμένα σημειακά σώματα μπορεί να δημιουργηθεί φορτίο και σε άλλα **μη σημειακά σώματα**, σώματα, δηλαδή, που έχουν μη αμελητέες διαστάσεις. Η πιο απλή περίπτωση φορτισμένου σώματος που θα αντιμετωπίσουμε εμείς είναι το **φορτισμένο σφαιρικό σώμα (σχήμα 1)**.

Διάνυσμα \vec{F} ή \mathbf{F}
 Μέτρο του διανύσματος $|\vec{F}|$ ή F

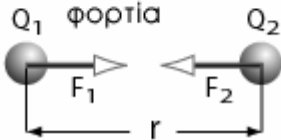
συμβολισμός των διανυσμάτων σε κείμενο

Ένα διάνυσμα συμβολίζεται στο κείμενο ή με βελάκι επάνω από το απλό γράμμα (\vec{F}) ή με σκέτο παχύ γράμμα \mathbf{F} (**bold**). Το μέτρο του διανύσματος συμβολίζεται $|\vec{F}|$ ή με απλό γράμμα F , όχι παχύ.

ομόσημα φορτία



ετερόσημα φορτία



σχήμα 2

νόμος του Coulomb

Όταν δύο σημειακά φορτία είναι ομόσημα (και τα δύο θετικά ή και τα δύο αρνητικά) τότε απωθούνται. Αν τα σημειακά φορτία είναι ετερόσημα (το ένα θετικό και το άλλο αρνητικό) τότε έλκονται.

Οι δύο δυνάμεις που ασκούνται στα δύο φορτία βρίσκονται επάνω στην ευθεία που ορίζεται από τα δύο σημειακά φορτία και υπακούουν στο νόμο δράσης - αντίδρασης του Newton, έχουν δηλαδή ίδια μέτρα και αντίθετες κατευθύνσεις (σχήμα 2).

Έτσι γράφουμε

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \text{ ή } \mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

Το **μέτρο της δύναμης Coulomb** βρίσκεται από τη σχέση:

$$F_1 = F_2 = k \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$$

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$$

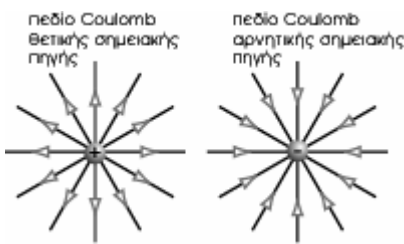
$$F_1 = F_2 = k \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$$

όπου : $|Q_1|, |Q_2|$ οι απόλυτες τιμές των δύο φορτίων σε coulomb
 k η σταθερά του Coulomb ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$)
 r η απόσταση των δύο σημειακών φορτίων.

Τα ίδια ακριβώς ισχύουν και στην περίπτωση στην οποία τα δύο φορτισμένα σώματα *δεν είναι σημειακά* αλλά *σφαιρικά*. Στην περίπτωση αυτή παίρνουμε (όπως αποδεικνύεται) ως απόσταση r την απόσταση των κέντρων τους.



σχήμα 3



ηλεκτρικό πεδίο

Ηλεκτρικό πεδίο είναι ο χώρος μέσα στον οποίο ασκούνται δυνάμεις στα ηλεκτρικά φορτία (σχήμα 3).

Γύρω από ένα φορτίο Q (φορτισμένο σώμα, σημειακό ή μη) δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο. Για να διαπιστώσουμε αν σε ένα σημείο P του χώρου υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, φέρουμε στο P ένα μικρό φορτίο q , το οποίο ονομάζουμε **δοκιμαστικό φορτίο**. Αν στο q ασκείται δύναμη F , τότε στο σημείο αυτό υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Το φορτίο Q που δημιουργεί το ηλεκτρικό πεδίο το ονομάζουμε **πηγή του ηλεκτρικού πεδίου**.

Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από μία μόνο σημειακή πηγή ονομάζεται **πεδίο Coulomb**.

Ένα ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να οφείλεται σε μία ή σε πολλές σημειακές πηγές. Μπορεί επίσης να οφείλεται σε ένα ή σε πολλά φορτισμένα σώματα (σημειακά ή μη).

ένταση του ηλεκτρικού πεδίου

Για να περιγράψουμε πόσο ισχυρό είναι το ηλεκτρικό πεδίο σε ένα σημείο του ορίζουμε την **ένταση του ηλεκτρικού πεδίου**.

Η ένταση E σε ένα σημείο P του ηλεκτρικού πεδίου είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται ως εξής:

αν στο σημείο P φέρουμε ένα μικρό δοκιμαστικό φορτίο q και ασκηθεί σ' αυτό δύναμη F τότε:

α) το μέτρο της έντασης στο P είναι ίσο με το πηλίκο

$$E = \frac{F}{|q|}$$

όπου E και F είναι τα μέτρα των διανυσμάτων E και F , αντίστοιχα και $|q|$ η απόλυτη τιμή του q .

β) η κατεύθυνση της E είναι

- ▲ ομόρροπη της F , όταν το q είναι θετικό
- ▲▲ αντίρροπη της F , όταν το q είναι αρνητικό (σχήμα 3)

$$E = \frac{F}{|q|}$$



σχήμα 3. Κατευθύνσεις των E και F για θετικό και αρνητικό δοκιμαστικό

Όλα τα παραπάνω συνοψίζονται στη σχέση:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Στη σχέση αυτή αντικαθιστούμε τις αλγεβρικές τιμές των διανυσμάτων και το φορτίο το βάζουμε με το πρόσημό του.

Έτσι αν το δοκιμαστικό φορτίο είναι θετικό, τότε τα E και F είναι ομόσημα, δηλαδή τα δύο διανύσματα είναι ομόροπα.

Αν το δοκιμαστικό φορτίο είναι αρνητικό τότε τα E και F είναι ετερόσημα, δηλαδή τα δύο διανύσματα είναι αντίροπα.



σχήμα 4. σχέση έντασης και δύναμης στο δοκιμαστικό φορτίο +1C φορτίο

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι όταν $q=+1C$ τότε $E=F$. Προκύπτει επομένως το συμπέρασμα ότι:

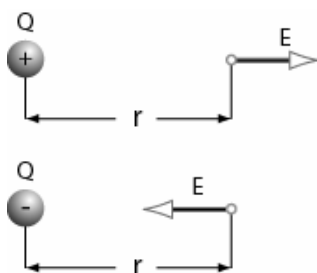
η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του πεδίου P έχει ίδια κατεύθυνση και ίδιο μέτρο με την δύναμη που θα ασκηθεί από το ηλεκτρικό πεδίο σε φορτίο +1C αν αυτό το τοποθετήσουμε στο P.

Η μόνη διαφορά της δύναμης στο +1C και της έντασης είναι οι μονάδες (δύναμη σε newton και ένταση σε newton /coulomb).

Έτσι γίνεται εύκολα κατανοητό γιατί η ένταση στο P είναι ανεξάρτητη από το δοκιμαστικό φορτίο q. Είναι η υποθετική δύναμη σε ένα υποθετικό δοκιμαστικό φορτίο +1C (σχήμα 4).

Η ένταση στο P εξαρτάται μόνο από τις πηγές του πεδίου και την απόσταση του P από αυτές και όχι από το δοκιμαστικό φορτίο.

$$E = \frac{F}{|q|} = k \frac{|Q|}{r^2}$$



σχήμα 5. κατεύθυνση της έντασης στο πεδίο Coulomb

ένταση σε ένα σημείο του πεδίου Coulomb

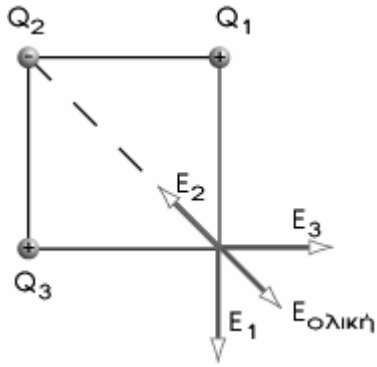
Σε ένα πεδίο Coulomb το μέτρο της δύναμης F που ασκείται στο δοκιμαστικό φορτίο q είναι

$$F = k \frac{|Q||q|}{r^2}$$

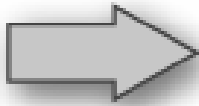
άρα η ένταση στο P θα είναι

$$E = \frac{F}{|q|} = k \frac{|Q|}{r^2}$$

Παρατηρούμε πράγματι ότι η ένταση P εξαρτάται μόνο από την πηγή του πεδίου και την απόσταση του P από αυτήν (σχήμα 5).



σχήμα 6. ένταση σε πεδίο που δημιουργείται από τρεις πηγές



Αν οι πηγές είναι περισσότερες (σχήμα 6) τότε βρίσκουμε με την παραπάνω σχέση την ένταση E_i που δημιουργεί κάθε μια στο P (ανεξάρτητα από τις άλλες πηγές) και κατόπιν προσθέτουμε όλες τις εντάσεις.

Δηλ. η Q_1 δημιουργεί την ένταση E_1 με μέτρο $E_1 = k \frac{Q_1}{r_1^2}$

η Q_2 δημιουργεί την ένταση E_2 με μέτρο $E_2 = k \frac{Q_2}{r_2^2}$

η Q_i δημιουργεί την ένταση E_i με μέτρο $E_i = k \frac{Q_i}{r_i^2}$

$$\text{Έτσι έχουμε } E_{ολ} = E_1 + E_2 + \dots + E_n = \sum_i^n E_i$$

Προσοχή: οι δυνάμεις και οι εντάσεις είναι διανύσματα και προστίθενται διανυσματικά. Όταν όμως έχουν ίδιο φορέα (βρίσκονται ,δηλαδή, επάνω στην ίδια ευθεία), τότε προσθέτουμε αλγεβρικές τιμές των διανυσμάτων.

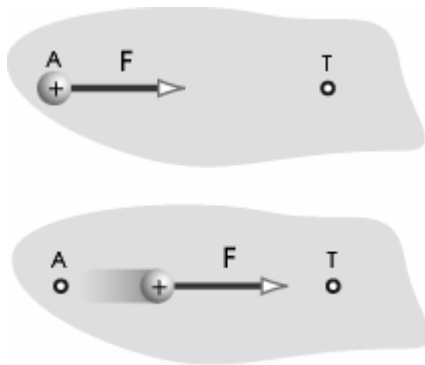
έργο και διαφορά δυναμικής ενέργειας

στο ηλεκτρικό πεδίο

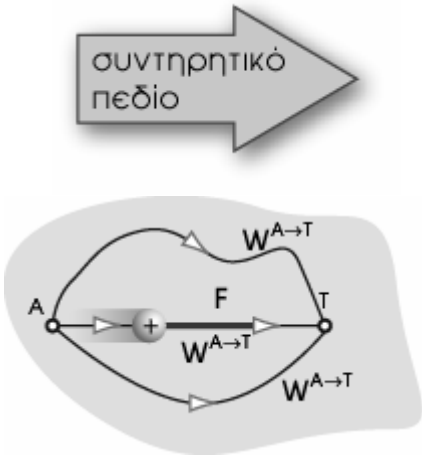
Αν ένα σημειακό δοκιμαστικό φορτίο q βρεθεί σε ένα σημείο A ενός ηλεκτρικού πεδίου και το αφήσουμε *ελεύθερο* να κινηθεί (χωρίς να του προσδώσουμε αρχική ταχύτητα), τότε θα κινηθεί σε κατεύθυνση ομόρροπη με την δύναμη του πεδίου που ασκείται σ' αυτό. Η κίνηση αυτή γίνεται *αυθόρμητα* υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου (σχήμα 7).

Το φορτίο μετατοπίζεται σε κατεύθυνση ομόρροπη προς τη δύναμη του πεδίου. Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης θα είναι επομένως θετικό. Αυτό σημαίνει, σε απλή γλώσσα, ότι στο φορτίο προσφέρθηκε ενέργεια από το πεδίο. Αν η δύναμη του πεδίου είναι η μοναδική που ασκείται στο φορτίο τότε η ενέργεια αυτή θα γίνει κινητική ενέργεια του φορτίου.

Αφού, όπως είναι γνωστό, η ενέργεια ούτε δημιουργείται από το μηδέν ούτε εξαφανίζεται στο μηδέν, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι για να δοθεί στο φορτίο ενέργεια από το πεδίο, το φορτίο στο A είχε κάποια ενέργεια αποθηκευμένη λόγω της θέσης του. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται *δυναμική ενέργεια του q στο σημείο A και συμβολίζεται U_A* . Καθώς κινείται το φορτίο η δυναμική του ενέργεια ελαττώνεται (καταναλώνεται, ξοδεύεται) και μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια.



σχήμα 7



σχήμα 8

$$W_{F_{\eta\lambda.}}^{A \to T} = U_A - U_T$$

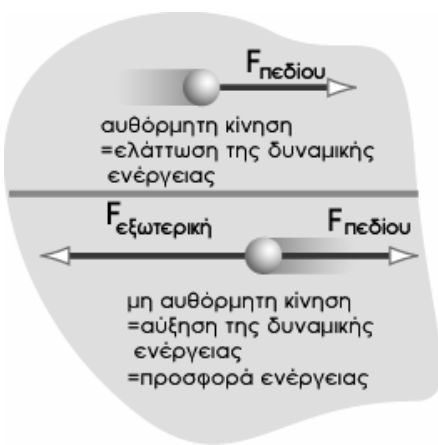
Το ηλεκτρικό πεδίο (όπως και το βαρυντικό πεδίο) είναι συντηρητικά, δηλαδή το έργο κατά τη μετακίνηση του φορτίου (ή μιας μάζας, στο βαρυντικό πεδίο) από ένα αρχικό σημείο A σε ένα τελικό σημείο T μπορεί να γραφτεί ως διαφορά των δυναμικών ενεργειών του q στο A και στο T.

Αποδεικνύεται ότι το έργο αυτό είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολούθησε το φορτίο για να φτάσει από το A στο T. Εξαρτάται μόνο, δηλαδή, από το που ήταν και που έφτασε (σχήμα 8).

Έτσι έχουμε τη σχέση $W_{F_{\eta\lambda.}}^{A \to T} = U_A - U_T$ (σχέση 1)

Όπου $W_{F_{\eta\lambda.}}^{A \to T}$ είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης (της δύναμης του πεδίου) που ασκείται στο q κατά τη μετακίνησή του από το σημείο A στο T και U_A, U_T οι τιμές της δυναμικής ενέργειας του q στα σημεία A και T, αντίστοιχα.

Προσοχή: Η δυναμική ενέργεια είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του δοκιμαστικού φορτίου και της πηγής (ή των πηγών) του ηλεκτρικού πεδίου. Είναι, επομένως, ιδιότητα του συστήματος δοκιμαστικού φορτίου q και πηγής. Όταν όμως κινείται μόνο το δοκιμαστικό φορτίο q και όχι η πηγή τότε θεωρούμε ότι όλη η μεταβολή της ενέργειας του συστήματος χρησιμοποιείται μόνο από το q. Έτσι, για μεγαλύτερη ευκολία, αποδίδεται η δυναμική ενέργεια και οι μεταβολές της μόνο στο q. Δηλαδή θεωρούμε ότι τη δυναμική ενέργεια, αν και είναι κοινό κτήμα του δοκιμαστικού φορτίου και της πηγής, την εκμεταλλεύεται μόνο το q που κινείται.



σχήμα 9

συμπεράσματα για την κίνηση δοκιμαστικού φορτίου στο ηλεκτρικό πεδίο

Είπαμε προηγουμένως ότι αν αφήσουμε ελεύθερο (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα δοκιμαστικό φορτίο να κινηθεί μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο, επειδή ασκείται σ' αυτό η δύναμη Coulomb, θα κινηθεί με κατεύθυνση ομόρροπη προς την δύναμη του πεδίου (σχήμα 9).

Το έργο της δύναμης του πεδίου, επομένως, θα είναι θετικό με αποτέλεσμα την ελάττωση της δυναμικής του ενέργειας.

Άρα κάθε δοκιμαστικό φορτίο (θετικό ή αρνητικό) κινείται ελεύθερα στο ηλεκτρικό πεδίο από περιοχή μεγάλης δυναμικής ενέργειας προς περιοχή μικρότερης δυναμικής ενέργειας.

Αντίστοιχα, υποθέστε ότι θέλουμε να κινήσουμε ένα δοκιμαστικό φορτίο από περιοχή μικρής δυναμικής ενέργειας προς περι-

οχή μεγαλύτερης δυναμικής ενέργειας. Αν το φορτίο q είναι αρχικά ακίνητο, δεν μπορεί να κάνει την κίνηση αυτή γιατί πρέπει να κινηθεί σε κατεύθυνση αντίρροπη προς την δύναμη του πεδίου που ασκείται σ' αυτό. Πρέπει να ασκηθεί στο φορτίο κάποια εξωτερική δύναμη τουλάχιστον ίση σε μέτρο και αντίθετη με τη δύναμη του πεδίου, για να κινηθεί αντίθετα από την κατεύθυνση που επιβάλλει η δύναμη του πεδίου (σχήμα 9). Η δύναμη αυτή (η εξωτερική) προσφέρει στο q το απαιτούμενο έργο. Θα πρέπει, επομένως, να του προσφέρουμε εμείς (ή κάποια άλλη εξωτερική δύναμη) την ενέργεια που του λείπει, δηλαδή την αύξηση της ενέργειάς του.

Απλό συμπέρασμα:

Ένα δοκιμαστικό φορτίο q αυθόρμητα (από μόνο του) έχει την τάση να ελαττώσει την δυναμική του ενέργεια. Για να την αυξήσει χρειάζεται να προσφερθεί ενέργεια σ' αυτό από εξωτερική δύναμη.

συμπέρασμα

δυναμική ενέργεια σε άπειρη απόσταση

Όταν το q βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από την πηγή Q ενός πεδίου Coulomb, τότε δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ πηγής δοκιμαστικού φορτίου, διότι η δύναμη Coulomb ανάμεσά τους μηδενίζεται. Η δυναμική ενέργεια του q στο άπειρο λαμβάνεται κατά σύμβαση ίση με 0.

Έτσι γράφουμε

$$U_{\infty} = 0$$

(σχέση 2).

$$U_{\infty} = 0$$

υπολογισμός της δυναμικής ενέργειας

Εφόσον, όπως είπαμε παραπάνω $U_{\infty} = 0$, από τη σχέση

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow \infty} = U_A - U_{\infty} \text{ παίρνουμε } W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow \infty} = U_A \quad (\text{σχέση 3}).$$

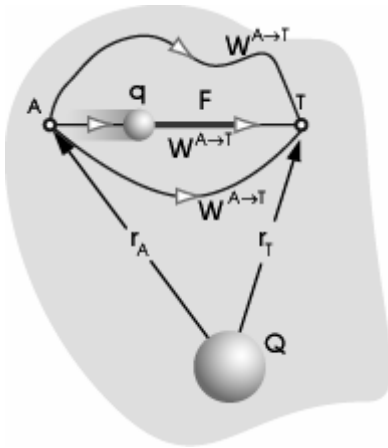
Από την σχέση 3 συμπεραίνουμε ότι για να βρούμε τη δυναμική ενέργεια του δοκιμαστικού φορτίου στο σημείο A του πεδίου Coulomb της πηγής Q (σχήμα 10), αρκεί να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης Coulomb κατά τη μετακίνηση του q από το A στο άπειρο.

Επειδή, όμως, η δύναμη Coulomb δεν διατηρεί σταθερό το μέτρο της κατά την απομάκρυνση του q από την πηγή Q (ας θυμηθούμε ότι $F = k|Q||q|/r^2$), αλλά μειώνεται συνεχώς, το έργο της δύναμης Coulomb δεν μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια της απλής σχέσης $W = F \times \text{συνθ}$, που δίνει το έργο σταθερής δύναμης.

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow \infty} = U_A - U_{\infty} \Rightarrow$$

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow \infty} = U_A$$

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow \infty} = k \frac{Qq}{r_A}$$



σχήμα 10

$$U_A = k \frac{Qq}{r_A}$$

Για τον υπολογισμό του έργου μεταβλητής δύναμης απαιτείται η χρήση ολοκληρωτικού λογισμού σε συνδυασμό με διανυσματικό λογισμό (*επικαμπόλιο ολοκλήρωμα*).

Η απόδειξη, όμως, της τελικά παραγόμενης σχέσης δεν μας ενδιαφέρει στο σημείο αυτό και δεν παρατίθεται.

Αποδεικνύεται, λοιπόν, ότι:

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow \infty} = k \frac{Qq}{r_A}$$

(σχέση 4)

όπου : Q και q τα δύο φορτία σε coulomb (**Προσοχή:** με τα πρόσημά τους)
 k η σταθερά του Coulomb ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$)
 r η απόσταση των δύο φορτίων σε m (μέτρα)
 W σε J (joules)

Επομένως η δυναμική ενέργεια του q στο σημείο A του πεδίου Coulomb της πηγής Q θα δίνεται από τη σχέση:

$$U_A = k \frac{Qq}{r_A}$$

(σχέση 5)

Για την μετακίνηση του q ανάμεσα σε δύο σημεία A και T του πεδίου της πηγής Q θα έχουμε:

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow T} = U_A - U_T = k \frac{Qq}{r_A} - k \frac{Qq}{r_T}$$

(σχέση 6)

διερεύνηση του τύπου της δυναμικής ενέργειας

Όπως είδαμε προηγουμένως η δυναμική ενέργεια δίνεται από τη σχέση 5:

$$U_A = k \frac{Qq}{r_A}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι όταν τα δύο φορτία είναι ομόσημα η δυναμική ενέργεια του q είναι θετική. Στην περίπτωση αυτή τα δύο φορτία απωθούνται. Άρα αν αφήσουμε το q οπουδήποτε μέσα στο πεδίο της πηγής Q , λόγω της άπωσης, θα κινηθεί (το q) απομακρυνόμενο από την πηγή προς το άπειρο. Έτσι καθώς

απομακρύνεται προς το άπειρο ελαττώνεται συνεχώς η δυναμική του ενέργεια (διότι αυξάνεται η απόσταση r) και τείνει στο 0. Ας θυμηθούμε και εδώ ότι η δυναμική ενέργεια του q στο άπειρο είναι κατά σύμβαση 0.

Όταν τα δύο φορτία είναι ετερόσημα έλκονται και η δυναμική ενέργεια του q είναι αρνητική. Τι σημαίνει όμως αρνητική δυναμική ενέργεια; Θα προσπαθήσουμε εδώ να το εξηγήσουμε. Στην περίπτωση αυτή για να απομακρύνουμε το q από την πηγή Q πρέπει να ασκήσουμε δύναμη αντίθετη και μεγαλύτερη σε μέτρο από την έλξη των δύο φορτίων. Δηλαδή για να απομακρυνθεί το q από την πηγή του προσφέρουμε ενέργεια. Έτσι όσο απομακρύνεται, αυξάνεται η ενέργειά του. Τελικά σε άπειρη απόσταση τείνει στο 0 που είναι και η μεγαλύτερη τιμή της δυναμικής ενέργειας που μπορεί να έχει το q . Η δυναμική ενέργεια, επομένως, του q σε οποιοδήποτε σημείο μέσα στο πεδίο της πηγής Q είναι μικρότερη από τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο, που είναι 0. Επομένως είναι αρνητική.

Απλό συμπέρασμα:

Ένα δοκιμαστικό φορτίο q με θετική δυναμική ενέργεια μπορεί να πάει μόνο του (αυθόρμητα) στο άπειρο, ενώ ένα άλλο με αρνητική θέλει ενέργεια για να πάει στο άπειρο.



συμπέρασμα

η δυναμική ενέργεια ως μέτρο της ισχύος ενός πεδίου

Όπως είδαμε στην παράγραφο της έντασης η ισχύς ενός ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του περιγράφεται με τη βοήθεια της έντασης. Ένας πιο απλός τρόπος για την περιγραφή της ισχύος του πεδίου χρησιμοποιεί την έννοια της δυναμικής ενέργειας.

Ας εξηγήσουμε γιατί. Θεωρούμε για παράδειγμα δύο σημεία A και B μέσα στο πεδίο Coulomb μιας θετικής σημειακής πηγής. Αν στα σημεία A και B τοποθετήσουμε το ίδιο θετικό δοκιμαστικό φορτίο τότε είναι λογικό ότι στο σημείο που ασκείται η μεγαλύτερη δύναμη στο δοκιμαστικό φορτίο, το πεδίο είναι ισχυρότερο.

Έτσι, αν $F_A > F_B$, το πεδίο είναι ισχυρότερο στο A ($E_A > E_B$).

Στο ίδιο συμπέρασμα μπορούμε να καταλήξουμε συγκρίνοντας τις δυναμικές ενέργειες του q στα σημεία A και B . Εφόσον $F_A > F_B$ το έργο της δύναμης του πεδίου κατά την μετατόπισή του q από το A στο άπειρο θα είναι μεγαλύτερο από το έργο της δύναμης του πεδίου κατά την μετατόπισή του q από το B στο άπειρο.

Εξ' ορισμού, όμως, το έργο αυτό είναι η δυναμική ενέργεια του q . Επομένως από τη σχέση $F_A > F_B$ καταλήγουμε στη σχέση $U_A > U_B$.

Ακολουθώντας την αντίστροφη πορεία των συλλογισμών μας καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι στο σημείο στο οποίο το q έχει τη μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια το πεδίο είναι ισχυρότερο.

Τα παραπάνω ισχύουν στην περίπτωση κατά την οποία τα δύο φορτία (πηγή Q και δοκιμαστικό φορτίο q) είναι ομόσημα, οπότε η δύναμη είναι απωστική.

Αν τα δύο φορτία (πηγή Q και δοκιμαστικό φορτίο q) είναι ετερόσημα η δύναμη είναι ελκτική. Η δυναμική ενέργεια είναι, σ' αυτήν την περίπτωση αρνητική. Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι πρέπει να καταβληθεί ενέργεια για την απομάκρυνση των δύο φορτίων. Το πεδίο στην περίπτωση αυτή είναι ισχυρότερο στο σημείο εκείνο στο οποίο το q έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή της δυναμικής ενέργειας.

Η απόλυτη τιμή της δυναμικής ενέργειας επομένως μας παρέχει την πληροφορία σε ποιο σημείο είναι ισχυρότερο το πεδίο.

Ποια πληροφορία, όμως, μας παρέχει το πρόσημο της δυναμικής ενέργειας του δοκιμαστικού φορτίου q ;

Αν γνωρίζουμε το πρόσημο του δοκιμαστικού φορτίου και της δυναμικής ενέργειας, τότε γνωρίζουμε και το πρόσημο της πηγής Q διότι το πηλίκο U_A/q έχει το πρόσημο της πηγής

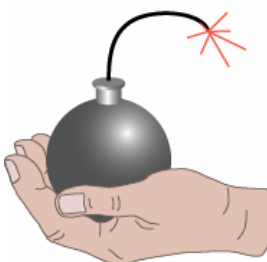
$$U_A = k \frac{Qq}{r_A} \Rightarrow \frac{U_A}{q} = k \frac{Q}{r_A}$$

$$U_A = k \frac{Qq}{r_A} \Rightarrow \frac{U_A}{q} = k \frac{Q}{r_A}$$

(σχέση 7)

συμπέρασμα

Καταλήγουμε, λοιπόν, στο συμπέρασμα ότι η απόλυτη τιμή της δυναμικής ενέργειας αποτελεί κριτήριο για τη σύγκριση της ισχύος σε δύο σημεία μέσα στο ίδιο ή σε διαφορετικά ηλεκτρικά πεδία, αρκεί στα δύο σημεία αυτά να τοποθετήσουμε το ίδιο δοκιμαστικό φορτίο. Αν γνωρίζουμε το πρόσημο του δοκιμαστικού φορτίου και πρόσημο της δυναμικής ενέργειάς του, μπορούμε να συμπεράνουμε το πρόσημο του φορτίου της πηγής.



προσοχή:
μνημονικός κανόνας

Σε όλους τους τύπους του ηλεκτρισμού που εμφανίζεται το r^2 στον παρονομαστή τα φορτία μπαίνουν με τις απόλυτες τιμές τους (γιατί οι τύποι δίνουν μέτρα διανυσμάτων). Σε όλους τους άλλους τα φορτία μπαίνουν με το πρόσημό τους.

δυναμικό ενός σημείου του ηλεκτρικού πεδίο

Το πηλίκο της δυναμικής ενέργειας του δοκιμαστικού φορτίου q στο σημείο A προς το δοκιμαστικό φορτίο (U_A/q) ονομάζεται **δυναμικό του σημείου A** , συμβολίζεται V_A και η μονάδα του είναι το $1V$ (1 volt) [$1 V = 1J/C$]

$$V_A = \frac{U_A}{q}$$

$$V_A = \frac{U_A}{q}$$

(σχέση 8)

Προσοχή: το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος

όπου : U_A η δυναμική ενέργεια του q στο σημείο A σε J (joules)
 q το δοκιμαστικό φορτίο σε C (**Προσοχή:** με το πρόσημό του)
 V_A το δυναμικό του σημείου A σε V (volt)

Η γενική σχέση αυτή ισχύει για κάθε ηλεκτρικό πεδίο. Δεν μας ενδιαφέρει αν υπάρχουν πολλές σημειακές πηγές ή αν υπάρχουν πολλά φορτισμένα σώματα και πως κατανέμεται το ηλεκτρικό φορτίο σ' αυτά.

Αν το πεδίο οφείλεται σε **μία μόνο σημειακή πηγή φορτίου Q** (πεδίο Coulomb), τότε για το δυναμικό ενός σημείου A που απέχει από την σημειακή πηγή απόσταση r_A , ισχύει και πάλι η γενική σχέση 8. Στην ειδική περίπτωση αυτή προκύπτει από τη γενική σχέση 8 (που ορίζει τι είναι δυναμικό) η ειδική σχέση 9 που ισχύει μόνο στο πεδίο σημειακού φορτίου.

$$V_A = k \frac{Q}{r_A}$$

$$V_A = k \frac{Q}{r_A}$$

(σχέση 9)

όπου : Q το φορτίο της σημειακής πηγής σε C (**Προσοχή:** με το πρόσημό του)
 r_A η απόσταση του A από την σημειακή πηγή Q σε m (μέτρα)
 V_A το δυναμικό του σημείου A σε V (volt)

Όπως φαίνεται από την παραπάνω σχέση

Θετική πηγή δημιουργεί γύρω της πεδίο με θετικό δυναμικό σε όλα τα σημεία του.

Αρνητική πηγή δημιουργεί γύρω της πεδίο με αρνητικό δυναμικό σε όλα τα σημεία του.

Το δυναμικό ενός σημείου είναι ανεξάρτητο από το δοκιμαστικό φορτίο που υπάρχει στο σημείο αυτό.

Από τις σχέσεις

$$U_A = k \frac{Qq}{r_A}$$

και

$$V_A = k \frac{Q}{r_A}$$

είναι φανερό ότι το δυναμικό σε ένα σημείο του ηλεκτρικού πεδίου είναι ουσιαστικά η δυναμική ενέργεια που *θα έχει* ένα φορτίο $+1C$ αν τοποθετηθεί στο σημείο αυτό.

ας συνοψίσουμε

το δυναμικό είναι ιδιότητα ενός σημείου του πεδίου ανεξάρτητα από το αν στο σημείο αυτό υπάρχει ή όχι δοκιμαστικό φορτίο και ποιο είναι το πρόσημο του φορτίου αυτού.

Επαναλαμβάνουμε ότι η τιμή του δυναμικού σε ένα σημείο A ενός ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση αλγεβρικά με την τιμή που θα είχε η δυναμική ενέργεια του δοκιμαστικού φορτίου $+1C$, αν τοποθετούσαμε το φορτίο αυτό στο σημείο A .

ελεύθερη κίνηση ενός δοκιμαστικού φορτίου μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow T} = U_A - U_T = q(V_A - V_T)$$

Σχέση έργου-διαφοράς δυναμικού

μια από τις σημαντικότερες σχέσεις του ηλεκτρισμού

Σύμφωνα με τα παραπάνω αν αφήσουμε ένα δοκιμαστικό φορτίο q (θετικό ή αρνητικό) να κινηθεί ελεύθερο μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο, η σχέση 6

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow T} = U_A - U_T = k \frac{Qq}{r_A} - k \frac{Qq}{r_T}$$

γίνεται

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{A \rightarrow T} = U_A - U_T = q(V_A - V_T) \quad (\text{σχέση 10})$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι ανεξάρτητα από το πρόσημο του δοκιμαστικού φορτίου, q , αυτό *θα κινηθεί έτσι ώστε το έργο της δύναμης του πεδίου να είναι πάντα θετικό* και, επομένως, *θα κινηθεί στο πεδίο από περιοχή υψηλότερης δυναμικής ενέργειας προς περιοχή χαμηλότερης (συγκριτικά) δυναμικής ενέργειας*.

Παρατηρούμε επίσης ότι το γινόμενο $q(V_A - V_B)$ πρέπει να είναι θετικό ανεξάρτητα από το πρόσημο του q .



Έτσι, αν $q > 0$ (θετικό δοκιμαστικό φορτίο) θα κινηθεί έτσι ώστε $V_A - V_B > 0$, δηλ από περιοχή υψηλότερου δυναμικού προς περιοχή χαμηλότερου δυναμικού.

Αν $q < 0$ (αρνητικό δοκιμαστικό φορτίο) θα κινηθεί έτσι ώστε $V_A - V_B < 0$, δηλ από περιοχή χαμηλότερου δυναμικού προς περιοχή υψηλότερου δυναμικού.

Ενέργεια φορτισμένου αγωγού

Θεωρούμε έναν τυχαίο αφόρτιστο (αρχικά) αγωγό. Τον αγωγό αυτό θέλουμε να τον φορτίσουμε με φορτίο Q (θετικό ή αρνητικό). Χωρίζουμε το φορτίο Q σε πολλές (αν είναι δυνατόν σε άπειρο αριθμό) στοιχειώδεις ποσότητες φορτίου dQ . Τον αριθμό των στοιχειωδών ποσοτήτων φορτίου τον συμβολίζουμε N . Έτσι η φόρτιση του αγωγού γίνεται σε διαδοχικά βήματα. Μεταφέρουμε αρχικά την πρώτη ποσότητα dQ_1 . Για τη μεταφορά αυτή δεν απαιτείται έργο διότι ο αγωγός είναι αφόρτιστος. Για τη μεταφορά της δεύτερης ποσότητας dQ_2 πρέπει να υπερνικήσουμε την άπωση της ομόσημης ποσότητας φορτίου dQ_1 που υπάρχει ήδη στον αγωγό. Δηλαδή πρέπει να προσφέρουμε έργο για να μεταφέρουμε το dQ_2 στον αγωγό.

Για τη μεταφορά της τρίτης ποσότητας dQ_3 πρέπει να υπερνικήσουμε την άπωση της ομόσημης ποσότητας φορτίου που υπάρχει ήδη στον αγωγό και είναι ίση με $2 \cdot dQ$. Δηλαδή για να μεταφέρουμε το dQ_3 πρέπει να προσφέρουμε έργο διπλάσιο από αυτό που προσφέραμε για να μεταφέρουμε το dQ_2 .

Κάθε στοιχειώδες φορτίο dQ_k που μεταφέρουμε μετακινείται από σημείο έξω και μακριά από το φορτισμένο αγωγό με δυναμικό 0 ($V_{\text{αρχ}}=0$) στον αγωγό ο οποίος μέχρι τη στιγμή αυτή έχει αποκτήσει ήδη κάποιο φορτίο q με την τμηματική μεταφορά των στοιχειωδών φορτίων. Αν είναι C η χωρητικότητα του αγωγού, τότε τη στιγμή αυτή το δυναμικό του αγωγού θα είναι $q = C V$.

Το φορτίο dQ_k , επομένως, μεταφέρθηκε από δυναμικό $V_{\text{αρχ}}=0$ σε δυναμικό $V_{\text{τελ}}= q/C$, που είναι το δυναμικό του αγωγού τη στιγμή αυτή. Το δυναμικό του αγωγού δεν είναι σταθερό, αλλά, κατά τη διαδικασία της φόρτισης αυτής μεταβάλλεται κάθε φορά που μεταφέρουμε νέα στοιχειώδη ποσότητα φορτίου. Είναι, επομένως, το δυναμικό του αγωγού συνάρτηση του υπάρχοντος στο αγωγό φορτίου q .

$$V_{\text{αγωγ.}} = f(q) = q/C$$

(σχέση 11)

Άρα το στοιχειώδες έργο της ηλεκτρικής δύναμης για τη μετατόπιση αυτή θα είναι ίσο με

$$dW = dQ_k \times (V_{αρχ.} - V_{αγωγ.}) = -dQ_k \times V_{αγωγ.} = \frac{-q \times dQ_k}{C}$$

(σχέση 12)

Η στοιχειώδης ποσότητα φορτίου dQ που μεταφέρεται στον αγωγό είναι ίση με την στοιχειώδη αύξηση του φορτίου του αγωγού dq , $dQ=dq$. Το έργο dW στη **σχέση 12** είναι αρνητικό διότι απαιτείται προσφορά ενέργειας για τη μεταφορά του dQ_k . Το έργο που πρέπει να προσφέρουμε ισούται με την απόλυτη τιμή του dW , $|dW|$.

Το ολικό έργο που θα καταναλώσουμε τελικά για να φορτίσουμε τον αγωγό με φορτίο $q = Q$ θα είναι το άθροισμα όλων των στοιχειωδών έργων που απαιτούνται για τη μεταφορά όλων των στοιχειωδών φορτίων dQ .

$$W = \sum_1^N \frac{q \times dq}{C} = \frac{1}{C} \int_0^Q q \times dq = \frac{Q^2}{2C}$$

(σχέση 13)

Η ενέργεια που καταναλώσαμε αποθηκεύτηκε στο φορτισμένο σώμα και μετατράπηκε σε δυναμική ενέργεια του φορτισμένου σώματος.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα, τελικά, ότι η ενέργεια κάθε φορτισμένου αγωγού θα δίνεται από τις σχέσεις

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

$$U = \frac{1}{2} QV$$

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

και

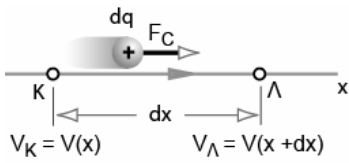
$$U = \frac{1}{2} QV$$

(σχέσεις 14)

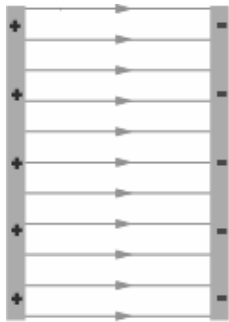
**δυναμική ενέργεια
φορτισμένου σώματος.**

όπου : Q το φορτίο του αγωγού σε *coulomb*
 C η χωρητικότητα του αγωγού σε *farad*
 V το δυναμικό σε *volt*
 U η ενέργεια του αγωγού σε *joule*

σχέση της έντασης του πεδίου και της βαθμίδας δυναμικό

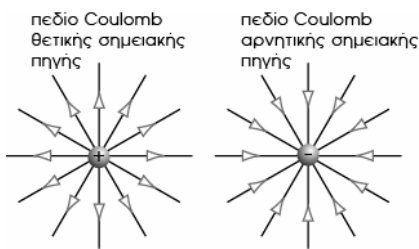


σχήμα 11



ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

σχήμα 12



σχήμα 13

Όπως είδαμε στην παράγραφο που αναφέρεται στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, η ένταση σε ένα σημείο του ηλεκτρικού πεδίου έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη που θα ασκείται σε μία θετική ποσότητα φορτίου που θα τοποθετηθεί στο σημείο αυτό.

Ας θεωρήσουμε ένα θετικό στοιχειώδες φορτίο dq το οποίο αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής ενός ηλεκτροστατικού πεδίου (σχήμα 11).

Η δυναμική γραμμή αυτή μπορεί να είναι ευθύγραμμη στις δυο παρακάτω περιπτώσεις

- i) στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στους οπλισμούς ενός πυκνωτή (σχήμα 12).
- ii) στο ανομοιογενές πεδίο coulomb που δημιουργείται γύρω από ένα σημειακό φορτίο (θετικό ή αρνητικό) (σχήμα 13).

Γενικά όμως οι δυναμικές γραμμές ενός ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να είναι καμπυλόγραμμες. Στην περίπτωση αυτή αν θεωρήσουμε ένα πολύ μικρό τμήμα της δυναμικής γραμμής μπορούμε να το προσεγγίσουμε με ένα ευθύγραμμο τμήμα.

Έτσι στο σχήμα θεωρούμε μία δυναμική γραμμή ενός ηλεκτροστατικού πεδίου (ομογενούς ή ανομοιογενούς) και δύο σημεία K και Λ τα οποία απέχουν μεταξύ τους απειροελάχιστη απόσταση dx (σχήμα 11). Θεωρούμε επίσης ένα θετικό ημιάξονα x που διέρχεται από τα σημεία K και Λ και έχει φορά ίδια με τη φορά της δυναμικής γραμμής (προς τα δεξιά). Εφόσον τα σημεία K και Λ απέχουν απειροελάχιστη απόσταση το τμήμα της δυναμικής γραμμής που βρίσκεται ανάμεσα στα σημεία K και Λ θεωρείται ευθύγραμμο και, επομένως δεχόμαστε ότι βρίσκεται επάνω στο ημιάξονα x . Οι συντεταγμένες των σημείων K και Λ είναι x και $x+dx$, αντίστοιχα.

Το δυναμικό μεταβάλλεται κατά μήκος της δυναμικής γραμμής και είναι συνάρτηση της συντεταγμένης x , δηλ.

$$V = V(x)$$

Στο θετικό φορτίο dq ασκείται η δύναμη coulomb, F_c , κατεύθυνση την κατεύθυνση της έντασης (επειδή είναι θετικό) και συνεπώς την κατεύθυνση της δυναμικής γραμμής.

Κατά τη στοιχειώδη μετατόπιση dx του dq από το K στο Λ η F_c παράγει στοιχειώδες έργο dW . Επειδή η μετατόπιση είναι στοιχειώδης θεωρούμε τη δύναμη σταθερή στο διάστημα από x μέχρι $x+dx$ είτε είναι ομογενές το πεδίο είτε ανομοιογενές.

Συνεπώς για να υπολογίσουμε το στοιχειώδες έργο dW της F_c χρησιμοποιούμε τον τύπο

$$dW_{K \rightarrow \Lambda} = F_c \cdot dx$$

Ισχύει επίσης ότι $F_c = E \cdot dq$

Εφόσον θεωρήσαμε ότι η F_c είναι σταθερή στο ΚΛ, αυτόματα συνεπάγεται ότι και η ένταση του πεδίου δε μεταβάλλεται στο στοιχειώδες διάστημα ΚΛ.

Αν εφαρμόσουμε τη σχέση 10 παίρνουμε

$$dW_{K \rightarrow \Lambda} = dq (V_K - V_\Lambda)$$

και συνδυάζοντάς την με τις παραπάνω σχέσεις έχουμε

$$F_c \cdot dx = dq \cdot [V(x) - V(x+dx)] \Rightarrow$$

$$E \cdot dq \cdot dx = -dq \cdot [V(x+dx) - V(x)] \Rightarrow$$

$$E \cdot dx = -dV \Rightarrow$$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

σχέση 15

Το πηλίκο dV/dx ονομάζεται βαθμίδα δυναμικού.

Η σχέση αυτή είναι πολύ σημαντική στον ηλεκτρισμό διότι

- i)* μας δίνει το μέτρο της έντασης σε ένα σημείο του ηλεκτρικού πεδίου αν γνωρίζουμε πως μεταβάλλεται με την απόσταση το δυναμικό.
- ii)* μας επιτρέπει να βρούμε τη φορά της έντασης αν γνωρίζουμε πως μεταβάλλεται το δυναμικό με την απόσταση επάνω σε μια δυναμική γραμμή. Έτσι αν ορίσουμε μία θετική φορά επάνω στη δυναμική γραμμή, μετατοπιστούμε κατά dx θετικό (δηλαδή προς τη θετική φορά) και βρούμε ότι το δυναμικό αυξάνεται (δηλαδή βρούμε ότι $dV > 0$), συμπεραίνουμε με βάση τη σχέση ότι η ένταση έχει αρνητικό πρόσημο, δηλαδή η έχει αρνητική φορά.

μη σημειακά φορτισμένα σώματα

Με τη βοήθεια ανώτερων μαθηματικών αποδεικνύονται τα παρακάτω.

σφαιρικό κέλυφος

Σε ένα σφαιρικό κέλυφος ακτίνας r και απειροελάχιστου πάχους dr με ομοιόμορφη κατανομή φορτίου Q (θετικού ή αρνητικού) (σχήμα 14)

♦ Η ένταση στο εσωτερικό του (μέσα στην κοιλότητά του) είναι ίση με 0.

♦♦ Το δυναμικό σε οποιοδήποτε σημείο της κοιλότητάς του είναι σταθερό και ίσο με

$$V = k \frac{Q}{r}$$

όπου k είναι η σταθερά του Coulomb, Q το φορτίο του και r η ακτίνα του

♦♦♦ Το δυναμικό σε οποιοδήποτε σημείο του κελύφους είναι ίσο με

$$V = k \frac{Q}{r}$$

♦♦♦♦ Το δυναμικό σε ένα σημείο που βρίσκεται έξω από το κέλυφος και σε απόσταση a από το κέντρο του κελύφους είναι ίσο με

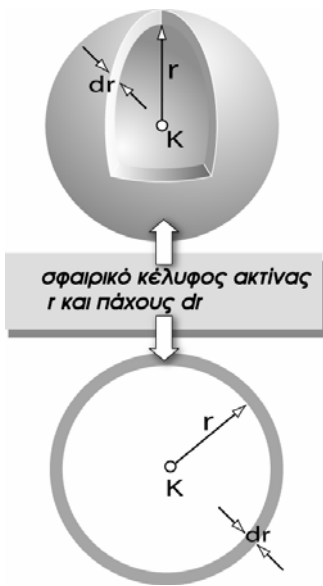
$$V = k \frac{Q}{a}$$

Το πρόσημο του δυναμικού καθορίζεται μόνο από το πρόσημο του φορτίου Q .

φορτισμένος αγωγός-σφαιρικός αγωγός

Σε ένα φορτισμένο συμπαγή αγωγό με θετικό ή αρνητικό φορτίο, τα φορτία λόγω της αμοιβαίας άπωσης κατανέμονται στην εξωτερική επιφάνεια. Έτσι δημιουργείται μία «επιδερμίδα» με φορτία, ενώ στη μάζα ή στο εσωτερικό του αγωγού δεν υπάρχουν φορτία (σχήμα 15).

Τα ίδια ισχύουν σε ένα φορτισμένο σφαιρικό αγωγό. Επιπλέον, στο σφαιρικό αγωγό, αν δεν υπάρχουν κοντά του άλλοι αγωγοί που επηρεάζουν την κατανομή των φορτίων στην εξωτερική αυτή



σχήμα 14



φορτισμένο σώμα



σφαιρικό φορτισμένο σώμα

σχήμα 15

επιδερμίδα τότε η κατανομή των φορτίων είναι ομογενής (συμμετρική).

Δηλαδή: ένας φορτισμένος και απομονωμένος συμπαγής σφαιρικός αγωγός συμπεριφέρεται όπως ένα σφαιρικό κέλυφος και ισχύουν και γι' αυτόν οι τέσσερις προτάσεις που προαναφέρθηκαν.

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί πρέπει να δοθεί στα παρακάτω

♦ Το δυναμικό σε οποιοδήποτε σημείο μέσα στο σφαιρικό αγωγό είναι ίσο με

$$V = k \frac{Q}{a}$$

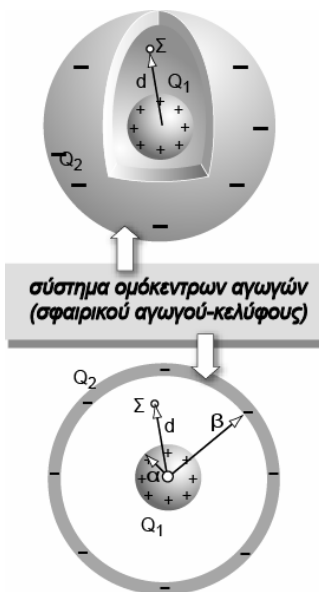
όπου a είναι η ακτίνα του σφαιρικού αγωγού και Q είναι το φορτίο του (με το πρόσημο του)

Αυτό είναι γνωστό και ως **δυναμικό του σφαιρικού αγωγού**.

♦♦ Το δυναμικό σε ένα σημείο που βρίσκεται έξω από το σφαιρικό αγωγό και σε απόσταση r από το κέντρο του είναι ίσο με

$$V = k \frac{Q}{r}$$

σύστημα δύο ομόκεντρων αγωγών
 (ενός σφαιρικού αγωγού και ενός κελύφους)



σχήμα 16

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα σύστημα που αποτελείται από δύο ομόκεντρους αγωγούς φορτία (σχήμα 16) και συγκεκριμένα από

- i) ένα σφαιρικό αγωγό ακτίνας a και φορτίου $Q_1 > 0$ και
- ii) ένα σφαιρικό κέλυφος ακτίνας b και φορτίου $Q_2 < 0$ που περιβάλλει το σφαιρικό αγωγό

Θα δούμε παρακάτω πως μπορούμε να υπολογίσουμε το δυναμικό σε ένα σημείο Σ που βρίσκεται έξω από το σφαιρικό αγωγό, αλλά μέσα στο σφαιρικό κέλυφος σε απόσταση d από το κοινό κέντρο των δύο αγωγών.

Γενικά το δυναμικό σε κάθε τοχαίο σημείο είναι η επαλληλία των δύο δυναμικών που προκαλούν οι δύο αγωγοί, ο ένας ανεξάρτητα από τον άλλο.

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας:

το δυναμικό σε ένα σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από πολλές πηγές βρίσκεται με απλή αλγεβρική πρόσθεση (επειδή το δυναμικό είναι μονόμετρο εκτατικό μέγεθος) των δυναμικών που δημιουργούν οι διάφορες πηγές ανεξάρτητα η κάθε μία από τις υπόλοιπες

Ο σφαιρικός αγωγός προκαλεί δυναμικό $V_{\sigma\phi}$ στο σημείο Σ ίσο με

$$V_{\sigma\phi} = k \frac{Q_1}{d}$$

διότι το σημείο Σ βρίσκεται έξω από αυτόν.

Το σφαιρικό κέλυφος προκαλεί δυναμικό V_{κ} στο σημείο Σ ίσο με

$$V_{\kappa} = -k \frac{|Q_2|}{\beta}$$

διότι το σημείο Σ βρίσκεται μέσα στην κοιλότητά του.

Το δυναμικό V_{Σ} του σημείου Σ είναι, επομένως, το άθροισμα των δύο δυναμικών

$$V_{\Sigma} = k \frac{Q_1}{d} - k \frac{|Q_2|}{\beta}$$

Δυναμικό του εσωτερικού σφαιρικού αγωγού

Θα δούμε τώρα πως μπορούμε να υπολογίσουμε το δυναμικό στο οποίο βρίσκεται ο **σφαιρικός αγωγός** (όχι κάποιο σημείο ανάμεσα στους δύο αγωγούς).

Ο σφαιρικός αγωγός έχει (λόγω του δικού του φορτίου, Q_1) σε κάθε σημείο του δυναμικό

$$V_{\sigma\phi} = k \frac{Q_1}{\alpha}$$

Το σφαιρικό κέλυφος προκαλεί δυναμικό σε κάθε σημείο του σφαιρικού αγωγού

$$V_{\kappa} = -k \frac{|Q_2|}{\beta}$$

διότι όλα τα σημεία του σφαιρικού αγωγού βρίσκονται μέσα στην κοιλότητα του κελύφους.

Το δυναμικό του σφαιρικού αγωγού είναι, επομένως,

$$V_{\sigma\phi.\alpha\gamma} = k \frac{Q_1}{\alpha} - k \frac{|Q_2|}{\beta}$$

ας συνοψίσουμε τα μέχρι τώρα συμπεράσματα

1

Η σχέση $V = KQ/R$ που δίνει το δυναμικό ενός απομονωμένου σφαιρικού φορτισμένου αγωγού -**χωρίς δηλ. γειτονικά φορτία γύρω του ή κοντά του**- δείχνει ότι το δυναμικό του αγωγού είναι ομόσημο με το φορτίο του.

Ισχύει δηλαδή **Q Θετικό $\Leftrightarrow V$ Θετικό** και το αντίστροφο.

2

Η σχέση $U = \frac{1}{2} QV$ δίνει τη δυναμική ενέργεια ενός φορτισμένου αγωγού ή αλλιώς την ενέργεια που πρέπει να καταναλώσουμε για να φορτίσουμε έναν αφόρτιστο (αρχικά) αγωγό με φορτίο Q .

Αν ο αγωγός είναι απομονωμένος το δυναμικό του οφείλεται μόνο στο δικό του φορτίο και ισχύει (όπως είπαμε προηγουμένως) $V = KQ/R$.

Επειδή φορτίο και δυναμικό είναι ομόσημα η δυναμική ενέργεια του απομονωμένου αγωγού (όπως προκύπτει από την παραπάνω σχέση) είναι πάντα θετική.

3

Αν ο αγωγός δεν είναι απομονωμένος, αλλά υπάρχουν γύρω του γειτονικά φορτία τα οποία αλληλεπιδρούν με τα φορτία του σφαιρικού αγωγού, τότε το δυναμικό του δεν είναι αυτό που καθορίζεται από την παραπάνω σχέση (στο συμπέρασμα 1), αλλά η επαλληλία του δυναμικού που οφείλεται στο δικό του φορτίο Q ($V = KQ/R$) και ενός δυναμικού V' που δημιουργούν τα περιβάλλοντα φορτία.

Αν το περιβάλλον ολικό φορτίο είναι $-Q$ (ίσο και αντίθετο με το φορτίο Q), τότε το δυναμικό V' είναι και αυτό ανάλογο του φορτίου Q του σφαιρικού αγωγού και η τελική ενέργεια U' του φορτισμένου σφαιρικού αγωγού θα είναι $U' = \frac{1}{2} Q(V+V')$. Το V' είναι στην περίπτωση αυτή αρνητικό και η ενέργεια του αγωγού είναι μικρότερη από ότι στον απομονωμένο σφαιρικό αγωγό.

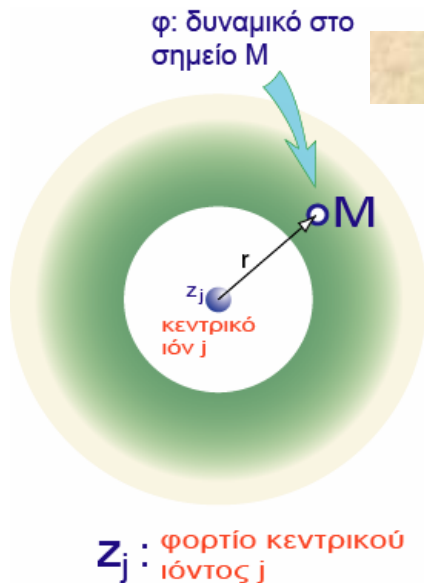
Άρα :

Η συσσώρευση ίσου και αντίθετου φορτίου γύρω από τον κεντρικό αγωγό κατά τη φόρτισή του έχει σαν αποτέλεσμα την ελάττωση της ενέργειας που πρέπει να καταναλωθεί για να φορτιστεί.

Η διαφορά της ενέργειας δίνεται από τη σχέση $|\Delta U| = \frac{1}{2} Q |V'|$.

εφαρμογή στη θεωρία Debye - Hückel

δυναμικό της ιονικής ατμόσφαιρας



σχήμα 17

$$\varphi = \frac{z_j e}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r} \frac{e^{-K(a-r)}}{1 + Ka}$$

$$\varphi = \frac{z_j e}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r} \frac{e^{-K(a-r)}}{1 + Ka}$$

σχέση 16

Όπου:

- z_j είναι το το σθένος του κεντρικού ιόντος
- ϵ_0 είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού
- ϵ είναι η σχετική διηλεκτρική του διαλύτη
- K είναι ο παράγοντας της ιονικής ισχύος
- a είναι η απόσταση της ελάχιστης προσέγγισης των ιόντων

Το δυναμικό αυτό είναι η επαλληλία δύο δυναμικών. Το ένα είναι το δυναμικό που προκαλεί στο σημείο M η ιονική ατμόσφαιρα, $\varphi_{\text{ιον. ατμ.}}$ και το άλλο το δυναμικό που προκαλεί στο M το κεντρικό ιόν, $\varphi_{\text{κεντρ. ιόντος}}$. Επειδή το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος το αποτέλεσμα της επαλληλίας είναι το αλγεβρικό άθροισμα των δύο αυτών δυναμικών.

Ισχύει επομένως

$$\varphi = \varphi_{\text{κεντρ. ιόντος}} + \varphi_{\text{ιον. ατμ.}}$$

και από αυτήν προκύπτει

$$\varphi_{\text{ιον. ατμ.}} = \varphi - \varphi_{\text{κεντρ. ιόντος}} \quad \text{σχέση 17}$$

Το δυναμικό που προκαλεί το κεντρικό ιόν στο M είναι

$$\varphi_{\text{κεντρ. ιόντος}} = \frac{z_j e}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r}$$

σχέση 18

Συνδυάζοντας τις σχέσεις 16, 17 και 18 παίρνουμε

$$\varphi_{\text{ιον. ατμ.}} = \frac{z_j e}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r} \left[\frac{e^{K(\alpha-r)}}{1+K\alpha} - 1 \right]$$

σχέση 19

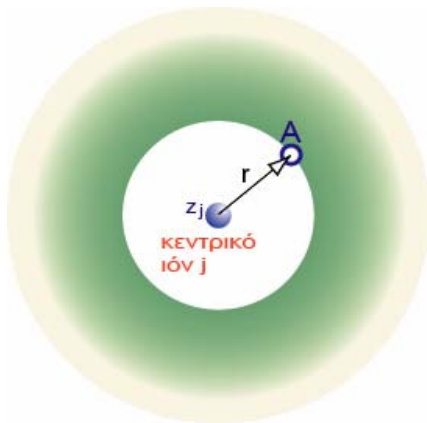
Θέτοντας στην παραπάνω σχέση (σχέση 19) όπου $r = a$ (την *απόσταση ελάχιστης προσέγγισης*) βρίσκουμε το δυναμικό στο σημείο A, που αρχίζει η ιονική ατμόσφαιρα των ετερόσημων (σε σχέση με το κεντρικό ιόν) ιόντων (σχήμα 18).

Είδαμε όμως ότι ένα φορτισμένο κέλυφος προκαλεί σταθερό δυναμικό σε κάθε σημείο του εσωτερικού του. Θεωρώντας την ιονική ατμόσφαιρα ως ομόκεντρα κελύφη συμπεραίνουμε ότι το δυναμικό μέσα σε όλη την κοιλότητα της ιονικής ατμόσφαιρας είναι σταθερό, δηλαδή είναι παντού το ίδιο ανεξάρτητα από τη θέση του σημείου μέσα στην κοιλότητα.

Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το δυναμικό που προκαλεί η ιονική ατμόσφαιρα στο εσωτερικό της -και επομένως και το δυναμικό που επάγει η ιονική ατμόσφαιρα στο κεντρικό ιόν δίνεται από τη σχέση

$$\varphi_{\text{ιον. ατμ.}} = - \frac{z_j e}{4\pi \epsilon \epsilon_0 (\alpha + K^{-1})}$$

σχέση 20



σχήμα 18

ελάττωση της ενέργειας του κεντρικού ιόντος

Θεωρώντας και πάλι το κεντρικό ιόν σαν ένα απλό φορτισμένο σφαιρικό αγωγό παρατηρούμε ότι η δημιουργία της ιονικής ατμόσφαιρας γύρω του έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή του δυναμικού του κατά ποσότητα ίση με $\varphi_{\text{ιον. ατμ.}}$.

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε στα συμπεράσματα της σελίδας 19 η δημιουργία της ιονικής ατμόσφαιρας επιφέρει ελάττωση στην δυναμική ενέργεια του κεντρικού ιόντος κατά

$$\Delta U = \frac{1}{2} z_j e \phi_{\text{ιον. ατμ.}} \Rightarrow$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} z_j e \phi_{\text{ιον. ατμ.}}$$

$$\Delta U = - \frac{z_j^2 e^2}{8\pi \epsilon \epsilon_0 (\alpha + K^{-1})}$$

Η μεταβολή αυτή είναι η μεταβολή της ελεύθερης ενέργειας **ενός ιόντος** λόγω της δημιουργίας της ιονικής ατμόσφαιρας.

Η μεταβολή της ελεύθερης ενέργειας ενός mole ιόντων υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας με τον αριθμό του Avogadro

μεταβολή της ελεύθερης ενέργειας ενός mole ιόντων λόγω της δημιουργίας της ιονικής ατμόσφαιρας

$$\Delta G = - \frac{N_A^2 z_j^2 e^2}{8\pi \epsilon \epsilon_0 (\alpha + K^{-1})}$$