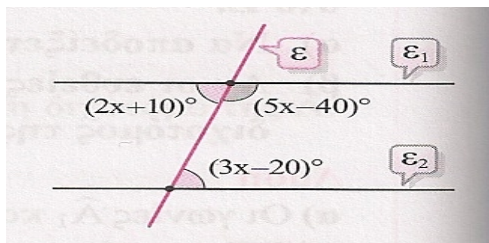


Θέματα για Λύση

1. Στο παρακάτω σχήμα:

α) να βρείτε το x

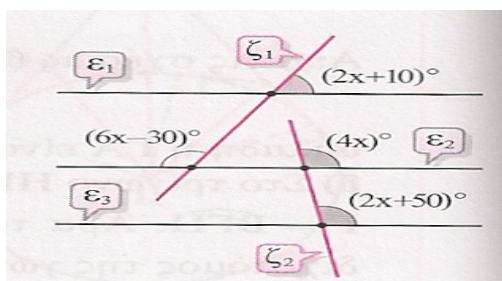
β) να αποδείξετε ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.



2. Στο παρακάτω σχήμα ισχύει $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

α) Να βρείτε το x

β) Να αποδείξετε ότι $\varepsilon_3 // \varepsilon_1$.



3. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Από το B φέρουμε ευθεία κάθετη στην $A\Delta$, που τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Από το E φέρουμε ευθεία παράλληλη στην AB , που τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z . Να αποδείξετε ότι η BE είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}\hat{E}\hat{Z}$.

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και ευθεία $\varepsilon // B\Gamma$, που διέρχεται από το A . Αν οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE του τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνουν την ε στα σημεία Z και H αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές

β) $ZH = AB + A\Gamma$

5. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$) και η διχοτόμος του $A\Delta$. Από το Δ δέρουμε ευθεία κάθετη στη ΔA , που τέμνει την $A\Gamma$ στο E και από το E φέρνουμε παράλληλη στην AB , που τέμνει τη $B\Gamma$ στο Z και την $A\Delta$ στο H .

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο EAH είναι ισοσκελές

β) το Δ είναι μέσο του BZ

6. Δύο κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο A . Φέρουμε ευθεία ε , που διέρχεται από το A και τέμνει τον κύκλο (K, R) στο σημείο B και τον (Λ, ρ) στο Γ . Να αποδείξετε ότι οι ακτίνες KB και $\Lambda\Gamma$ είναι παράλληλες.

7. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, και η διχοτόμος του $B\Delta$. Από το Δ φέρουμε ευθεία κάθετη στη $\Delta\Gamma$, που τέμνει την $B\Gamma$ στο E .

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $EB\Delta$ είναι ισοσκελές.

β) Αν η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}\hat{E}\hat{\Delta}$ τέμνει την AB στο K , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\hat{E}K$ είναι ισοσκελές.

8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = A\Gamma$, η διάμεσος του AM και ένα σημείο Δ της πλευράς AB . Έστω ο κύκλος $(\Delta, \Delta A)$ τέμνει την AM στο E .

α) Να αποδειχθεί ότι $\Delta E \parallel A\Gamma$

β) Αν η προέκταση της ΔE τέμνει την $B\Gamma$ στο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔBZ είναι ισοσκελές.

9. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = A\Gamma$ και Δ τυχαίο σημείο στην προέκταση της $A\Gamma$, προς το μέρος του Γ . Ο κύκλος $(\Delta, \Delta\Gamma)$ τέμνει την $B\Gamma$ στο σημείο E .

α) Να αποδείξετε ότι $\Delta E \parallel AB$

β) Αν η διχοτόμος της γωνίας \hat{B} τέμνει την ευθεία ΔE στο Z , να αποδείξετε ότι $\Delta Z - EB = \Delta\Gamma$

10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = A\Gamma$, το μέσο M της $B\Gamma$, τυχαίο σημείο Δ του BM και E το μέσο του $B\Delta$. Από το E φέρουμε ευθεία κάθετη στη $B\Gamma$, που τέμνει την AB στο Z .

α) Να αποδείξετε ότι $\Delta Z \parallel A\Gamma$

β) Αν οι ευθείες $Z\Delta$ και AM τέμνονται στο K , να αποδείξετε ότι $BZ + ZK = A\Gamma$.

11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB = A\Gamma$, το μέσο M της $B\Gamma$. Μία ευθεία $\varepsilon \parallel B\Gamma$ τέμνει τα ευθύγραμμα τμήματα AB , AM και $A\Gamma$ στα σημεία Δ , K και E αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι :

α) το K είναι μέσο της ΔE .

β) τα τρίγωνα ΔBK και $E\Gamma K$ είναι ίσα.

γ) $\hat{\Delta MB} = \hat{\Delta EM}$

12. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, με $B\Gamma > A\Gamma$, και έστω I το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών \hat{A} και \hat{B} . Προεκτείνουμε την GA κατά τμήμα AE , ώστε $GE = GB$ και θεωρούμε σημείο Δ της AB , ώστε $B\Delta = AE$. Να αποδείξετε ότι:

α) $IE = IB$

β) η ευθεία GI είναι μεσοκάθετη του τμήματος EB .

γ) το τρίγωνο $IA\Delta$ είναι ισοσκελές.