

Θέματα για Λύση

1. Δίνεται κύκλος κέντρου O , σημείο M εκτός αυτού και τα εφαπτόμενα τμήματα MA και MB του κύκλου. Στη χορδή AB θεωρούμε σημεία Γ και Δ , με $A\Gamma = B\Delta$.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $M\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

β) τα τρίγωνα $M\Gamma O$ και $M\Delta O$ είναι ίσα.

2. Δίνεται κύκλος κέντρου O , σημείο M εκτός αυτού και τα εφαπτόμενα τμήματα MA και MB του κύκλου. Φέρουμε τη διάμετρο $\Gamma\Delta$, που είναι κάθετη στη MO . Αν οι ευθείες MA και MB τέμνουν την ευθεία $\Gamma\Delta$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $AE = BZ$ και $E\Gamma = Z\Delta$.

3. Δίνεται κύκλος κέντρου O , σημείο M εκτός αυτού και τα εφαπτόμενα τμήματα MA και MB του κύκλου. Προεκτείνουμε την AM κατά τμήμα $M\Gamma = MA$ και την OM κατά τμήμα $M\Delta = OM$. Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}M = 90^\circ$.

β) αν οι ευθείες $\Delta\Gamma$ και OB τέμνονται στο E , τότε το τρίγωνο $E\Delta O$ είναι ισοσκελές.

4. Δίνεται κύκλος κέντρου O , σημείο M εκτός αυτού και τα εφαπτόμενα τμήματα MA και MB του κύκλου. Έστω ότι το τμήμα MO τέμνει τον κύκλο στο Λ και η εφαπτομένη του κύκλου στο Λ τέμνει τα MA και MB στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $M\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

β) η περίμετρος του τριγώνου $M\Gamma\Delta$ είναι $2MA$.