ΑΛΥΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

Άσκηση 1:

Να λυθεί η εξίσωση $2x^4 + 5x^3 + 5x^2 + 5x + 3 = 0 \quad (1)$

Άσκηση 2:

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = -2x^4 + 3x^2 + \alpha x + 1$. *Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης* $P(x) : (x + 2)$ *είναι* -23, *να βρεθεί το* α.

Άσκηση 3:

Να βρεθεί το λ, *ώστε το πολυώνυμο* $P(x) = \lambda x^3 - (5\lambda - 1)x + 2\lambda - 5$, *να έχει παράγοντα το* $x + 1$. *Στη συνέχεια να λυθεί η εξίσωση* $P(x) = 0$.

Άσκηση 4:

Για ποια τιμή του κ *το πολυώνυμο* $P(x) = (x + 1)^7 + (2x + \kappa)^3$, *έχει παράγοντα το* $x + 2$.

Άσκηση 5:

Να βρεθεί ο α *έτσι ώστε το πολυώνυμο*

$$f(x) = (\alpha - 1)x^5 + 3\alpha x^4 - (\alpha + 1)x^3 - (\alpha + 1)x^2 + 3\alpha x + \alpha - 1$$

να έχει παράγοντα $2x - 1$ *και στη συνέχεια να λυθεί η εξίσωση* $f(x) = 0$.

Άσκηση 6:

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 - 22x^2 + \alpha x + \beta$.
Αν το $P(x)$ *έχει παράγοντες* $x - 2$ *και* $x - 4$, *να βρεθούν τα* α, β.

Άσκηση 7:

Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, *ώστε το* $P(x) = 3x^4 - \alpha x^3 + 5x^2 - 9x + \beta$, *να έχει παράγοντες* $x - 1$ *και* $x + 1$. *Στη συνέχεια να λυθεί η* $P(x) = 0$.

Άσκηση 8:

Προσδιορίστε τους πραγματικούς αριθμούς α, β, *όπου το πολυώνυμο*
$f(x) = x^3 - 2\alpha x^2 + \beta x + 6$, *διαιρείται δια* $(x - 2)(x - 3)$.

Άσκηση 9:

Να αποδειχθεί ότι το πολυώνυμο: $f(x) = x^4 - 9x^3 + 25x^2 - 24x + 4$, *διαιρείται (ακριβώς) διά του* $(x-2)^2$.

Άσκηση 10:

Να προσδιοριστούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ *ώστε το πολυώνυμο:*

$P(x) = \alpha x^{\nu+1} + \beta x^{\nu} + 1$, $\nu \in \mathbb{N}^*$ *να έχει παράγοντα το* $(x-1)^2$.

Άσκηση 11:

Αν το πολυώνυμο $f(x)$ *διαιρούμενο δια* $x + 1$, *δίνει υπόλοιπο* 2, *διαιρούμενο δια* $x - 2$ *δίνει υπόλοιπο* 1 *και διαιρούμενο δια* $x + 3$ *δίνει υπόλοιπο* 6, *να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του* $f(x)$ *δια του γινομένου* $(x+1)(x-2)(x+3)$.

Άσκηση 12:

Αν το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + (2\beta + 3\gamma)x^2 - (4\alpha + 2\gamma)x - 3\beta + 3$, *έχει παράγοντα το* $x - 1$ *και επιπλέον ισχύει η σχέση*
$(3\alpha + \beta - \gamma - 4)[|3\alpha - \beta - 1| + |\gamma - 3\alpha + 1| + |2\beta - \gamma - 2|] = 0$,
να βρεθούν τα $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

Άσκηση 13:

Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, *έχει ρίζα τον αριθμό* 2, *να αποδείξετε ότι* $4|\alpha| + 2|\beta| + |\gamma| \geq 8$

Άσκηση 14:

Να δειχθεί ότι: *α) ο αριθμός* $11^{\nu} - 1$ *είναι πολ/σιο του* 10, *και*
β) ο αριθμός $99^{2\nu+1} + 1$ *είναι πολ/σιο του* 100.

Άσκηση 15:

Να αποδειχτεί ότι οι αριθμοί: $17^9 - 1$, $29^{29} - 1$, $1985^{1985} - 1$, $5^{2\nu+1} - 1$, *διαιρούνται ακριβώς δια* 4.

Άσκηση 16:

Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $3^{2\nu+2} - 2^{2\nu+1}$, *διαιρείται ακριβώς δια* 7.