

ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ.Π. ΚΕΦ 2

Άσκηση 1

Έστω ένα σύνολο n παρατηρήσεων με τιμές x_1, x_2, x_3 και x_4 και αντίστοιχες συχνότητες n_i (απόλυτες), f_i (σχετικές), N_i (αθροιστικές) και F_i (αθροιστικές σχετικές). Να βρείτε τη διάμεσο των αριθμών $0, 1, n, n_1, f_3, N_1, N_4, F_3, F_4$.

Άσκηση 2

Έστω x_1, x_2, \dots, x_n οι τιμές μιας μεταβλητής X για τις οποίες ισχύει ότι

$$k < x_k \leq k+1 \quad \text{για } k = 1, 2, \dots, n \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

α) Αν οι τιμές έχουν τυπική απόκλιση $S=1$, να βρεθεί ο μικρότερος φυσικός αριθμός n ώστε το δείγμα των τιμών να είναι οπωσδήποτε ομοιογενές.

β) Αν το πλήθος των τιμών της μεταβλητής X είναι 19, να βρεθεί η ελάχιστη τιμή του μέγιστου της συνάρτησης

$$f(x) = (10 - \bar{x})x^2 - x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Άσκηση 3

Ο Νίκος πήρε στην προεμιέρα των εξετάσεων για τα Αγγλικά 80 από τους 150 βαθμούς που ήταν το άριστα. Σ' αυτό το διαγωνισμό η μέση τιμή για τους άλλους συνυποψήφιους ήταν 60 βαθμοί και η τυπική απόκλιση 25 βαθμοί. Στο δεύτερο μέρος των εξετάσεων ο Νίκος πήρε 90 βαθμούς με άριστα τώρα το 200. Η μέση τιμή στο δεύτερο μέρος των εξετάσεων ήταν 70 βαθμοί και η τυπική απόκλιση 15. Σε ποιο διαγωνισμό πήγε καλύτερα ο Νίκος; (Η κατανομή συχνοτήτων είναι κανονική η σχεδόν κανονική)

Άσκηση 4

Η μέση τιμή και η διάμεσος πέντε αριθμών είναι 6. Οι τρεις από τους αριθμούς είναι οι 5, 8, 9.

α) Να βρεθούν οι άλλοι δύο.

β) Να βρεθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας του δείγματος που απαρτίζουν αυτοί οι πέντε αριθμοί.

Άσκηση 5

Η βαθμολογία ενός μαθητή στα 4 τεστ ενός μαθήματος ήταν (σε 100βάθμια κλίμακα) 55, 30, 92, 49. Οι συντελεστές βαρύτητας σε κάθε ένα ήταν 1, 2, 2 και 3.

α) Να βρεθεί η μέση επίδοση του στα τεστ.

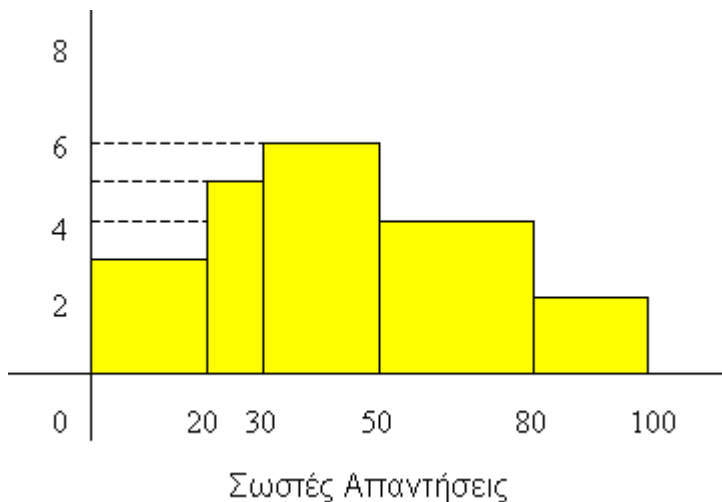
β) Να αλλάξετε σειρά στους συντελεστές βαρύτητας ώστε ο μαθητής να έχει

i) Την καλύτερη δυνατή μέση επίδοση.

ii) Τη χειρότερη δυνατή μέση επίδοση.

Άσκηση 6

Τα αποτελέσματα των σωστών απαντήσεων σε ένα διαγωνισμό φαίνονται στο ιστόγραμμα



α) Πόσα άτομα πήραν μέρος στο διαγωνισμό;

β) Πόσα άτομα απάντησαν σωστά το πολύ σε 30 ερωτήσεις;

γ) Πόσα άτομα απάντησαν σωστά από 30 ως 80 ερωτήσεις;

Άσκηση 7

Η μέση τιμή μιας κανονικής κατανομής είναι 25 και η διασπορά είναι 5. Να βρεθεί το ποσοστό των παρατηρήσεων που περιέχονται στα διαστήματα α. (20,30) β. (25,35) γ. (10,40) δ. (10,35) ε. (15,40)

Είναι το δείγμα ομοιογενές;

Άσκηση 8

Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{1}{10}x - \frac{s}{2\bar{x}}x^2$$

όπου s και \bar{x}

η τυπική απόκλιση και η μέση τιμή ενός δείγματος αντίστοιχα.

α) Αν η κλίση της f στο σημείο $A(1, f(1))$ είναι θετική, να αποδειχθεί ότι το δείγμα είναι ομοιογενές.

β) Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας CV ισούται με $\frac{1}{2}$ να βρεθεί για ποιο x η f παρουσιάζει ακρότατο καθώς και το είδος του ακρότατου.

γ) Αν η συνάρτηση f στο σημείο $A(1, f(1))$ έχει εφαπτόμενη παράλληλη στην ευθεία $y=-x+5$ και $s^2=121$, να βρεθεί η μέση τιμή.

δ) Να βρεθεί το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει η εξίσωση

$$-\lambda^2 f''(x) + f'(10) = f'(0)$$

για τις τιμές των s και x του ερωτήματος γ.

Άσκηση 9

Ο διάμεσος βαθμός του Νίκου σε 3 τεστ είναι 90, ενώ ο μέσος βαθμός του είναι 92. Αν το εύρος των βαθμών του είναι 6, ποιοι είναι οι βαθμοί του στα τρία τεστ;

Άσκηση 10

Η μέση τιμή του ύψους 10 ανθρώπων είναι 1,71μ. Πόση θα είναι η μέση τιμή αν αντικαταστήσουμε έναν που έχει ύψος 1,78 με έναν άλλον που έχει ύψος 1,87μ;

Άσκηση 11

Σε ένα κυκλικό διάγραμμα ο κυκλικός τομέας της τιμής A έχει κεντρική γωνία ίση με 60° μοίρες. Αν η μεταβλητή που μελετούμε παίρνει τιμές A, B, Γ, Δ και η τιμή B έχει σχετική συχνότητα ίση με 0,2 ενώ η Δ έχει διπλάσια σχετική συχνότητα από την Γ , να κατασκευαστεί το κυκλικό διάγραμμα και το αντίστοιχο ραβδόγραμμα.