ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

1. Τι ονομάζουμε αιτιοκρατικό πείραμα ;

Κάθε πείραμα κατά το οποίο η γνώση των συνθηκών κάτω από τις οποίες εκτελείται καθορίζει πλήρως το αποτέλεσμα καλείται αιτιοκρατικό.

2. Τι ονομάζουμε πείραμα τύχης;

Καλείται το πείραμα εκείνο του οποίου δεν μπορούμε εκ των προτέρων να προβλέψουμε το αποτέλεσμα, μολονότι επαναλαμβάνονται (φαινομενικά) κάτω από τις ίδιες συνθήκες.

3. Τι ονομάζουμε δειγματικό χώρο ενός Π.Τ ;

Το σύνολο όλων των δυνατών αποτελεσμάτων που μπορούν να εμφανιστούν σε ένα πείραμα τύχης. Τον Δ.Χ ενός Π.Τ τον συμβολίζουμε Ω.

4. Τι ονομάζουμε ενδεχόμενο;

Είναι εκείνο το σύνολο που έχει ως στοιχεία ένα ή περισσότερα αποτελέσματα ενός Π.Τ.

5. Τι ονομάζουμε απλό ενδεχόμενο ;

Εκείνο το ενδεχόμενο που αποτελείται από ένα μόνο στοιχείο.

6. Τι ονομάζουμε σύνθετο ενδεχόμενο;

Εκείνο το ενδεχόμενο που αποτελείται από περισσότερα από ένα στοιχεία.

7. Πότε λέμε ότι ένα ενδεχόμενο πραγματοποιείται ή συμβαίνει;

Το ενδεχόμενο πραγματοποιείται όταν το αποτέλεσμα ενός Π.Τ. σε μια συγκεκριμένη εκτέλεσή του είναι στοιχείο του ενδεχομένου.

8. Τι ονομάζουμε ευνοϊκές περιπτώσεις ;

Τα στοιχεία ενός ενδεχομένου για την πραγματοποίησή του.

9. Τι ονομάζουμε βέβαιο ενδεχόμενο;

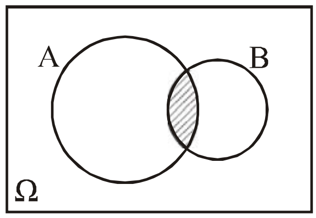
Το ενδεχόμενο εκείνο το οποίο πραγματοποιείται πάντοτε , δηλαδή τον δειγματικό χώρο Ω του Π.Τ, αφού όποιο και αν είναι το αποτέλεσμα του πειράματος θα ανήκει στο Ω.

10. Τι ονομάζουμε αδύνατο ενδεχόμενο;

Είναι το ενδεχόμενο που δεν πραγματοποιείται σε καμία εκτέλεση του Π.Τ (κενό σύνολο).

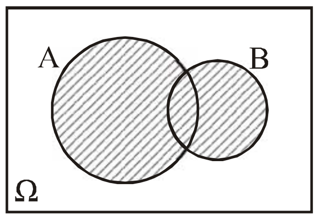
11. Ποιες πράξεις με ενδεχόμενα συναντούμε;

1.Το ενδεχόμενο $A \cap B$ που διαβάζεται « Α τομή Β» και πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιούνται συγχρόνως τα Α,Β.



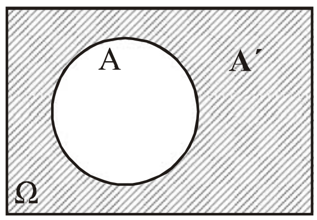
$A \cap B$

2. Το ενδεχόμενο $A \cup B$ που διαβάζεται «Α ένωση Β» και πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται τουλάχιστον ένα εκ των Α,Β.



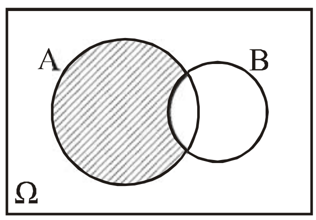
$A \cup B$

3. Το ενδεχόμενο Α΄ που διαβάζεται « όχι Α» ή «συμπληρωματικό του Α» και πραγματοποιείται, όταν δεν πραγματοποιείται το Α.



όχι Α

4. Το ενδεχόμενο Α-Β που διαβάζεται «διαφορά του Β από το Α» και πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται το Α αλλά όχι το Β.



$A-B$

12. Ποια ενδεχόμενα καλούνται ασυμβίβαστα;

Είναι εκείνα τα ενδεχόμενα που δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν αμέσως αφού δεν έχουν κοινά στοιχεία. Γράφουμε $A \cap B = \varnothing$.Δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα λέγονται επίσης **ξένα μεταξύ τους** ή **αμοιβαίως αποκλειόμενα**.

13. Με ποιους τρόπους βρίσκουμε τον δειγματικό χώρο ενός Π.Τ;

1^{ος} τρόπος: Με δενδροδιάγραμμα.

2^{ος} τρόπος :Με πίνακα διπλής εισόδου: (Χρησιμοποιείται κυρίως όταν έχουμε τη ρίψη ενός ζαριού δύο φορές).

14. Τι ονομάζουμε στατιστική ομαλότητα ή νόμος των μεγάλων αριθμών;

Ονομάζουμε το εξαγόμενο της σταθεροποίησης γύρω από κάποιους αριθμούς (όχι πάντοτε ίδιους των σχετικών συχνοτήτων πραγματοποίησης των ενδεχομένων ενός πειράματος, καθώς ο αριθμός των δοκιμών του πειράματος επαναλαμβάνεται απεριόριστα.

15. Πότε τα απλά ενδεχόμενα καλούνται ισοπίθανα;

Όταν έχουν την ίδια πιθανότητα να πραγματοποιηθούν.

16. Ποιος είναι ο κλασικός ορισμός της πιθανότητας;

Σε πείραμα με ν ισοπίθανα αποτελέσματα η σχετική συχνότητα ενός ενδεχομένου με κ στοιχεία θα τείνει στον αριθμό $\frac{\kappa}{\nu}$. Γι΄αυτό ορίζουμε ως πιθανότητα του ενδεχομένου Α τον αριθμό:

$$P(A)=\frac{\text{Πλήθος Ευνοικών Περιπτώσεων}}{\text{Πλήθος Δυνατών Περιπτώσεων}}=\frac{N(A)}{N(\Omega)}.$$

Ιδιότητες:

1. $0\le P(A)\le 1$.
2. $P(\Omega)=\frac{N(\Omega)}{N(\Omega)}=1$.
3. $P(\varnothing)=\frac{0}{N(\Omega)}=0$.

17. Ποιος είναι ο αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας;

Σε πολλά πειράματα τύχης ο δειγματικός χώρος δεν αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, γι΄αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε τον αξιωματικό ορισμό:

Έστω $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,...,\omega_\nu\}$ ένας Δ.Χ με πεπερασμένο πλήθος στοιχείων. Σε κάθε απλό ενδεχόμενο $\{\omega_i\}$ αντιστοιχίζουμε έναν πραγματικό αριθμό, που τον συμβολίζουμε με $P(\omega_i)$, έτσι ώστε να ισχύουν:

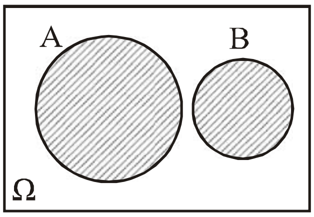
- $0\le P(\omega_\iota)\le 1$.

- $P(\omega_1)+P(\omega_2)+\ldots+P(\omega_\nu)=1$.

Τον αριθμό $P(\omega_i)$ ονομάζουμε πιθανότητα του ενδεχομένου $\{\omega_i\}$.
Ως πιθανότητα P(A) ενός ενδεχομένου $A=\{\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_k\}\neq \varnothing$ ορίζουμε το άθροισμα $P(\alpha_1)+P(\alpha_2)+\ldots+P(\alpha_\kappa)$, ενώ ως πιθανότητα του αδύνατου ενδεχομένου ορίζουμε τον αριθμό $P(\varnothing)=0$.

18. Ποιοι είναι οι κανόνες λογισμού;

1. Για οποιαδήποτε ασυμβίβαστα ενδεχόμενα Α,Β ισχύει: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

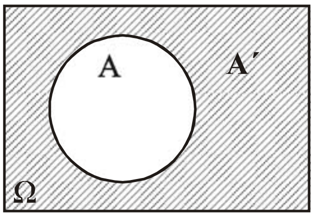


AUB

Απόδειξη.
Αν N(A)=κ και N(B)=λ, τότε το $A\cup B$ έχει κ+λ στοιχεία γιατί αλλιώς τα Α,Β δεν θα ήταν ασυμβίβαστα. Δηλαδή έχουμε $N(A\cup B)=\kappa+\lambda= N(A)+N(B)$.

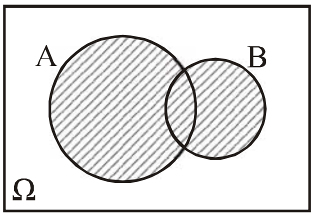
Άρα $P(A\cup B)=\dfrac{N(A\cup B)}{N(\Omega)}=\dfrac{N(A)+N(B)}{N(\Omega)}=\dfrac{N(A)}{N(\Omega)}+\dfrac{N(B)}{N(\Omega)}=P(A)+P(B)$.
Η ιδιότητα αυτή είναι γνωστή ως απλός προσθετικός νόμος.

2. Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α΄ ισχύει: $P(A')=1-P(A)$



Απόδειξη.
$A\cap B=\varnothing$
Άρα $P(A\cup A')=P(A)+P(A')$
$P(\Omega)=P(A)+P(A')$
$1=P(A)+P(A')$
$P(A')=1-P(A)$

3. Για δύο ενδεχόμενα Α,Β ενός Δ.Χ Ω ισχύει: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$



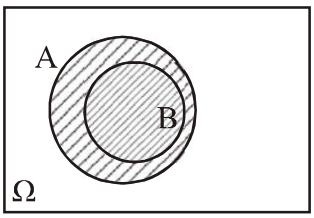
AUB

Απόδειξη.
Ισχύει $N(A\cup B)=N(A)+N(B)-N(A\cap B)$

$$\frac{N(A\cup B)}{N(\Omega)}=\frac{N(A)}{N(\Omega)}+\frac{N(B)}{N(\Omega)}-\frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)}$$

Συνεπώς $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
Η ιδιότητα αυτή είναι γνωστή ως προσθετικός νόμος.

4. Αν $A\subseteq B$ Τότε $P(A)\leq P(B)$.



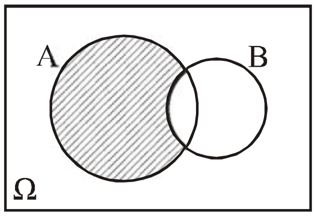
Απόδειξη.
Επειδή $A\subseteq B$ έχουμε διαδοχικά:

$$N(A)\leq N(B)$$

$$\frac{N(A)}{N(\Omega)}\leq\frac{N(B)}{N(\Omega)}$$

$$P(A)\leq P(B).$$

5. ***Για δύο ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:***
$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$.



A−B

Απόδειξη.

Επειδή τα ενδεχόμενα A-B και $A\cap B$ είναι ασυμβίβαστα και $(A-B)\cup(A\cap B)=A$

Έχουμε $P(A)=P(A-B)+P(A\cap B)$.

$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$.