ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 -ΑΛΓΕΒΡΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1.Οι αριθμοί α και β είναι αντίθετοι, ενώ οι αριθμοί γ και δ είναι οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου με περίμετρο 16.
Α) Να βρείτε τα αθροίσματα α+β και γ+δ.
Β)Να βρείτε την τιμή της παράστασης: Α= -2(α –γ +2β) – (α – 2δ) – (4 –β)

2.Δίνεται η παράσταση $A=(\chi^{-3})^{-2}.(\chi^{-2}.\chi)^{4}.(\chi^{-2}.\chi^{4})^{5}$
Α)Να απλοποιήσετε την παράσταση Α.
Β)Να βρείτε την τιμή της παράστασης Α, όταν: $\chi=(2^3-3^2)^{20}$

3.Δίνονται οι αριθμοί $\alpha=\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{18}+\sqrt{27}$ $\beta=\sqrt{75}+\sqrt{50}$ και
$\gamma=\sqrt{63}-7\sqrt{3}+\sqrt{147}-2\sqrt{7}-\frac{7}{\sqrt{7}}$. Να αποδείξετε ότι α-β = γ.

4.Δίνεται ο αριθμός : $x=\sqrt{\sqrt{81}}+3\sqrt{8}:\sqrt{2}+8\frac{\sqrt{3}.(\sqrt{3}+3)}{1+\sqrt{3}}$ α)Βρείτε τον x β)Βρείτε την τιμή της παράστασης

$$\sqrt{3(-1)^{x+1}+2(-1)^{x}}$$

5.Το μονώνυμο $-4\chi^{\nu}\psi^{3}$ για $\psi=\frac{1}{2}$ και χ = 2 έχει αριθμητική τιμή -8 . Να βρείτε α)τον αριθμό ν
β) τον βαθμό του μονώνυμου ως προς χ και ψ γ)την τιμή του μονώνυμου για χ=-1 και ψ=-2.

6.Τα μονώνυμα $3\chi^{2\alpha-1}\psi^{2}$ και $-2\chi^{3}\psi^{4\beta-\alpha}$ είναι όμοια. Να βρείτε α) τους συντελεστές α και β β) το γινόμενο των δύο μονώνυμων γ)την τιμή του προηγούμενου γινομένου για χ=-1 και ψ=-2.

7.Δίνονται τα πολυώνυμα $A(\chi)=(3\alpha-1)\chi^2+(1-4\beta)\chi+\gamma$, $B(\chi)=2\chi^3-5\chi^2+3\chi-1$ και $\Gamma(\chi)=2\chi^3-\chi^2+10\chi-3$. Αν το Α(χ) είναι ίσο με το Β(χ) – Γ(χ) να βρείτε α) τους αριθμούς α, β, γ β)τα Α(0) και Α(-1) γ)τα Α(2χ) και $A(\chi^2)$.

8.Δίνονται τα πολυώνυμα $P(\chi)=(2\alpha+6)\chi^3+\chi^2-2\chi+3$ και $Q(\chi)=\alpha\chi^2+\beta\chi+2$. Το Ρ(χ) είναι $2^{ου}$ βαθμού και Q (3)= -10. α) Να βρείτε τους αριθμούς α και β. β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A=\sqrt{Q(0)}.\sqrt{P(5)}+(P(2)-Q(1))^{2008}$ γ)Βρείτε το πολυώνυμο $K(\chi)=P(2x^2)+Q(-\chi^2)$

9.Δίνονται τα πολυώνυμα $P(\chi)=2\chi^2+3\chi+1$ και Q(χ)=αχ+β. Να βρείτε τους αριθμούς α και β, ώστε το Ρ(χ) να είναι ίσο με το γινόμενο (χ+1). Q(χ)

10. Ένας ακέραιος αριθμός, όταν διαιρείται με το 4 αφήνει υπόλοιπο 2. Να αποδείξετε ότι το τετράγωνο αυτού του αριθμού διαιρείται ακριβώς με το 4.

11.Να αποδείξετε ότι το τετράγωνο ενός περιττού αριθμού, όταν διαιρεθεί με το 4 αφήνει υπόλοιπο 1.

10. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(\chi)= \chi^3 +3\chi^2 - 5\chi$ και $Q(\chi)= \chi^3 -8\chi +7$. Να αποδείξετε ότι $P(\alpha-2) = Q(\alpha - 1)$.

12.Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει ΑΒ=μ $\quad ΑΓ=(\frac{\mu}{2}-1)(\frac{\mu}{2}+1)$ και $ΒΓ=(\frac{\mu^2}{4}+1)$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $A=90^0$

13.Αν $\chi+\psi= -\frac{1}{3}$ και $\chi\psi= -\frac{7}{3}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A= (3\chi+1)^2 +(3\psi+1)^2$.

14.Δίνεται ο αριθμός $\chi=3 +2\sqrt{2}$. Να βρείτε α)το άθροισμα $\chi+\frac{1}{x}$ β)τον αριθμό χ^2 γ)τη ρίζα $\sqrt{17+12\sqrt{2}}$, δ)την τιμή της παράστασης $\chi^2+\frac{1}{x^2}$.

15.Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες

α) $(\chi -\psi) [(\chi+\psi)^2 -\chi\psi] = \chi^3 - \psi^3$

β)$[(\alpha -\beta)(\alpha^2 +\alpha\beta +\beta^2)]^2 = \alpha^6 -2 \alpha^3\beta^3 +\beta^6$

γ)$\frac{1}{2}[(\chi - \psi)^2 +\chi^2 +\psi^2](\chi + \psi) = \chi^3 +\psi^3$

δ)$(\alpha -\beta) (\alpha^2 +\alpha\beta +\beta^2)(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta +\beta^2) =\alpha^6 - \beta^6$

ε)$(\alpha +\frac{1}{a})^2 - (\alpha - \frac{1}{a})^2 = 4$

16. Δίνεται το πολυώνυμο $A(\chi) =(\chi -2)(\chi^2 +2\chi +4) - (\chi - 4)^2$. Να γράψετε το $A(\chi)$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του χ.