# ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗΣ

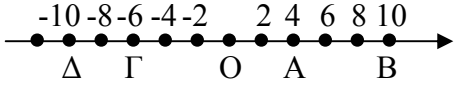
**(Το τυπολόγιο αυτό δεν αντικαθιστά το βιβλίο. Συγκεντρώνει απλώς τις ουσιώδεις σχέσεις του βιβλίου και σχολιάζει κάποια σημεία τους).**

## 1. Μετατόπιση κινητού.

Μετατόπιση κινητού ονομάζουμε το **διάνυσμα** $\Delta\vec{x}$ που έχει αρχή την αρχική θέση του κινητού και τέλος την τελική θέση του κινητού. Σε περίπτωση μονοδιάστατης κίνησης πάνω στον άξονα x'Ox η αλγεβρική τιμή του διανύσματος της μετατόπισης είναι

$$\Delta x = x_{τελ} - x_{αρχ} \qquad (1)$$

**Προσοχή!** Δεν πρέπει να μπερδεύετε **την θέση (την συντεταγμένη x )** ενός κινητού **με την μετατόπιση Δx** του κινητού




**Παρ. 1.** Κινητό ήταν στην θέση Α και τελικά μετακινήθηκε στην θέση Β. Ποια είναι η μετατόπισή του και ποια η τελική του θέση;

**Απ.** $\Delta x = x_{τελ} - x_{αρχ} = 10 - 4 = 6$ m

Δηλ. $\Delta x = 6$ m και $x_{τελ} = 10$ m

**Παρ. 2.** Κινητό ήταν στην θέση Α και τελικά μετακινήθηκε στην θέση Δ. Ποια είναι η μετατόπισή του και ποια η τελική του θέση;

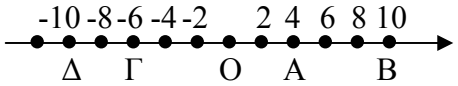
**Απ.** $\Delta x = x_{τελ} - x_{αρχ} = -10 - 4 = -14$ m

Δηλ. $\Delta x = -14$ m και $x_{τελ} = -10$ m

## 2. Απόσταση που διανύει κινητό.

Η απόσταση ή διάστημα s που διανύει κινητό ισούται με τον συνολικό δρόμο που διήνυσε το κινητό κατά την κίνησή του. Η απόσταση s είναι ένα μονόμετρο μέγεθος.

**Προσοχή!** Δεν πρέπει να μπερδεύετε **την απόσταση ή διάστημα s** που διήνυσε το κινητό **με την μετατόπιση Δx** του κινητού




**Παρ. 3.** Κινητό ήταν στην θέση Α και στην συνέχεια πήγε στο Β και τελικά στο Γ. Ποια είναι η μετατόπισή του και ποια είναι η απόσταση που διήνυσε;

**Απ.** $\Delta x = x_{τελ} - x_{αρχ} = -6 - 4 = -10$ m

$s = AB + B\Gamma = 6 + 16 = 22$ m

## 3. Χρονική διάρκεια.

Χρονική διάρκεια ενός φαινομένου (π.χ. μιας κίνησης) ονομάζουμε τον χρόνο που χρειάστηκε για να εξελιχθεί το φαινόμενο. Συμβολίζεται με Δt και ορίζεται ως

$$\Delta t = t_{τελ} - t_{αρχ} \qquad (2)$$

όπου $t_{τελ}$ είναι η χρονική στιγμή που τέλειωσε το φαινόμενο και $t_{αρχ}$ η χρονική στιγμή που άρχισε το φαινόμενο

**Προσοχή!** Δεν πρέπει να μπερδεύετε **την χρονική διάρκεια Δt** μιας κίνησης **με την χρονική στιγμή έναρξης και λήξης** του φαινομένου.

**Παρ. 4.** Κινητό ξεκίνησε από το Ο την χρονική στιγμή t=0 s έφτασε στην θέση Α την χρονική στιγμή $t_A = 5$ s και συνέχισε την κίνησή του μέχρι την θέση Β. Αν η χρονική διάρκεια της κίνησης Α-> Β είναι $\Delta t_{AB} = 3$ s βρείτε την χρονική στιγμή που έφτασε στο Β.

$$\Delta t = t_{τελ} - t_{αρχ} = t_B - t_A$$

ή $$3 = t_B - 5 \Rightarrow t_B = 8 \text{ s}$$

## 4. Μέση ταχύτητα.

Μέση ταχύτητα ενός κινητού είναι ο μέσος ρυθμός μεταβολής της θέσης ενός κινητού κατά την διάρκεια της κίνησης του. Αν το κινητό έχει διανύσει διάστημα s σε χρόνο Δt τότε

$$\upsilon_{\mu} = \frac{s}{\Delta t} \qquad (3)$$

## 5. Στιγμιαία ταχύτητα.

Είναι διανυσματικό μέγεθος που δείχνει τον **ρυθμό μεταβολής της θέσης** του κινητού **μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή**. Η αλγεβρική της τιμή είναι

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (4)$$

Η μέση και η στιγμιαία ταχύτητα συμπίπτουν μόνο στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (ΕΟΚ).

## 6. Επιτάχυνση

Η επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος που μας δείχνει τον **ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας** ενός κινητού

$$\vec{\alpha} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\upsilon}}{\Delta t} \qquad (5\alpha)$$

Η αλγεβρική της τιμή είναι

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} \qquad (5\beta)$$

Στην **ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (ΕΟΜ)** όπου $\vec{\alpha}$ = σταθερή ισχύει

$$\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - \upsilon_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} \qquad (6)$$

**για κάθε ζευγάρι** $(\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}, t_{\tau\varepsilon\lambda})$, $(\upsilon_{\alpha\rho\chi}, t_{\alpha\rho\chi})$

## 7. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (ΕΟΚ)

Η ταχύτητα στην ΕΟΚ είναι σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση

$$\vec{\upsilon} = \text{σταθερή} \qquad (7)$$

Επομένως $$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

ή $$\Delta x = \upsilon.\Delta t \Leftrightarrow x - x_0 = \upsilon(t-t_0) \Leftrightarrow \mathbf{x = x_0 + \upsilon(t-t_0)} \qquad (8\alpha)$$

**Μόνο αν $x_0 = 0$ και $t_0 = 0$** $$\mathbf{x = \upsilon.t} \qquad (8\beta)$$

**Το $x_0$ αντιπροσωπεύει την θέση του κινητού όταν αρχίζει την κίνησή του ή όταν αρχίζω να παρατηρώ την κίνησή του και το $t_0$ αντιπροσωπεύει την χρονική στιγμή που το κινητό αρχίζει την κίνησή του ή την χρονική στιγμή που αρχίζουμε να παρατηρούμε την κίνησή του.**

**Γενικότερα ως $x_0$ και $t_0$ μπορούμε να θεωρήσουμε <u>οποιοδήποτε ζεύγος</u> επί της τροχιάς του κινητού.**

**Προσοχή!** Η εξίσωση κίνησης της ΕΟΚ μας δίνει την **θέση** του κινητού σε μία ορισμένη **χρονική στιγμή.** Μόνο αν η αρχική θέση του κινητού είναι 0 η εξίσωση μας δίνει την μετατόπιση (ή το διάστημα) του κινητού.

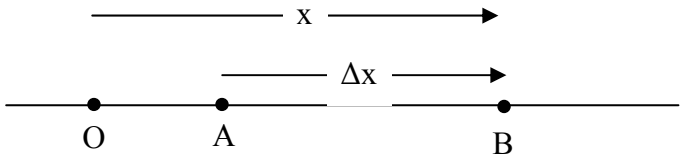
**Παρ. 5.** Κινητό βρίσκεται στην θέση Α με $x_A = 8$ m την χρονική στιγμή $t_0=0$. Το κινητό κάνει ΕΟΚ με $\upsilon=3$m/s. Ποια είναι η θέση του κινητού και ποια η μετατόπισή του την χρονική στιγμή $t=5$ s;

**Απ.** $\Delta x = \upsilon.\Delta t \Rightarrow x - x_0 = \upsilon(t-t_0) \Rightarrow x - 8 = 3(t-0) \Rightarrow x_5 - 8 = 3.5 \Rightarrow x_5 = 23$ m

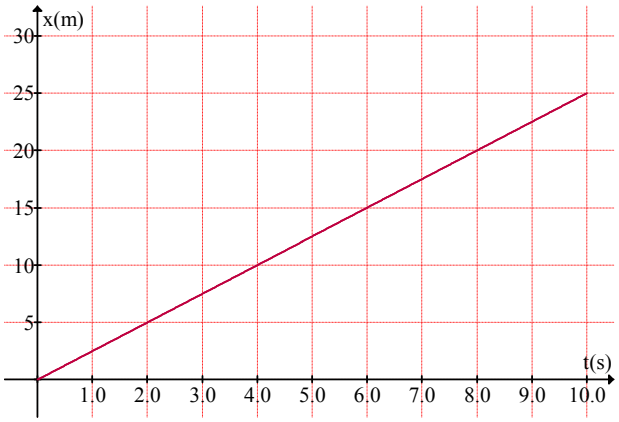
**Αυτή είναι η θέση του σώματος για $t=5$ s. Η μετατόπιση σε σχέση με την αρχική του θέση είναι**

$$\Delta x = x_5 - x_A \Rightarrow \Delta x = 23 - 8 \Rightarrow \Delta x = 15 \text{ m}$$

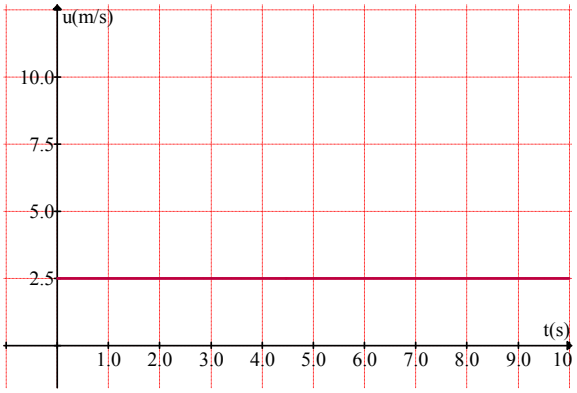
Δηλ. $x = 23$ m και $\Delta x=15$ m.



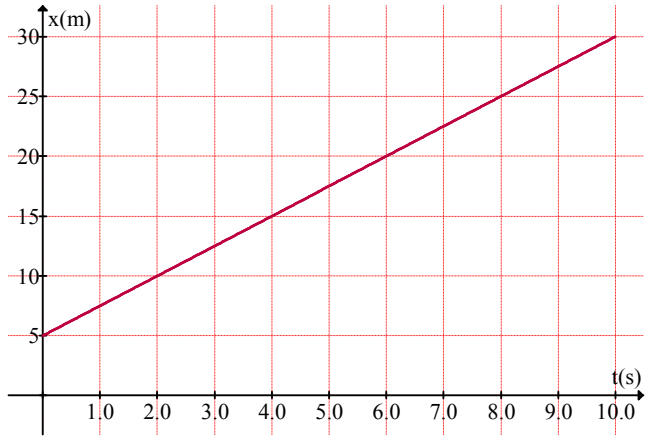
## 8. Γραφικές παραστάσεις στην ΕΟΚ.




**Σχ. 1 Γραφική παράσταση θέσης –χρόνου σε ΕΟΚ χωρίς $x_0$. Επομένως θέση και μετατόπιση συμπίπτουν**




**Σχ. 2 Γραφ. παράσταση ταχύτητας – χρόνου σε ΕΟΚ**



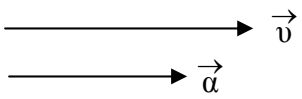

**Σχ. 3 Γραφική παράσταση θέσης –χρόνου με αρχική θέση $x_0$=5 m.**

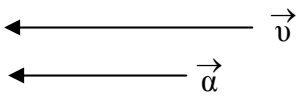
## 9. Επιταχυνόμενη - επιβραδυνόμενη κίνηση.

Ένα σώμα κάνει επιταχυνόμενη κίνηση αν **το μέτρο** της ταχύτητας αυξάνει με την πάροδο του χρόνου.

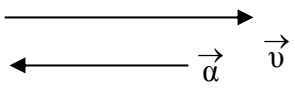
Άρα μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή ένα κινητό κάνει επιταχυνόμενη κίνηση αν το διάνυσμα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης την δεδομένη στιγμή είναι ομόρροπα και επιβραδυνόμενη αν το διάνυσμα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.

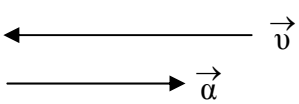
**Επιταχυνόμενη**

α) 


β) 


**Επιβραδυνόμενη**

γ) 


δ) 


**Δηλ. μπορώ να έχω επιβραδυνόμενη κίνηση ακόμη και αν $\upsilon_0 < 0$ και $\alpha>0$!**

## 10. Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

Μία κίνηση λέγεται ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη όταν η επιτάχυνση είναι σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση

$$\vec{\alpha} = \text{σταθερή} \qquad (9)$$

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ισχύει

**για την μετατόπιση** $$\Delta x = \upsilon_0.\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \qquad (10\alpha)$$

**και για την θέση** $$x = x_0 + \upsilon_0.\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \qquad (10\beta)$$

Η ταχύτητα $$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha.\Delta t \qquad (11)$$

**Αν $t_0 = 0$ και αν η αρχική θέση $x_0 = 0$ οι εξισώσεις κίνησης γίνονται**

$$\mathbf{x = \upsilon_0.t + \frac{1}{2}\alpha.t^2} \qquad (12)$$

και $$\mathbf{\upsilon = \upsilon_0 + \alpha.t} \qquad (13)$$

Προφανώς στην (12) συντεταγμένη θέσης και μετατόπιση συμπίπτουν και στις (12) και (13) χρονική διάρκεια και χρονική στιγμή συμπίπτουν.

**Γενικότερα ως $x_0$, $\upsilon_0$ και $t_0$ μπορούμε να θεωρήσουμε <u>οποιαδήποτε τριάδα σημείων</u>. επί της τροχιάς του κινητού.**

**Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν και για την επιταχυνόμενη και για την επιβραδυνόμενη κίνηση αρκεί όταν κάνουμε αριθμητική αντικατάσταση σε όλες τις φυσικές ποσότητες να βάζουμε τις αλγεβρικές τους τιμές.**

**Το σχολικό βιβλίο σιωπηρά θεωρεί ότι στο δεξιό μέλος των εξισώσεων τα σύμβολα αναπαριστούν απόλυτες τιμές. Επομένως αν υπάρχει αρνητική τιμή το μείον (-) εμφανίζεται μπροστά από το σύμβολο. Θεωρώντας πάντα ως θετική την αρχική ταχύτητα $\upsilon_0$ διαχωρίζει μόνο δύο περιπτώσεις για την ΕΟΜ : ($t_0$=0)**

| **Επιταχυνόμενη :** | **Επιβραδυνόμενη :** |
|---|---|
| $x = x_0 + \upsilon_0.t + \frac{1}{2}\alpha.t^2$ | $x = x_0 + \upsilon_0.t - \frac{1}{2}\alpha.t^2$ |
| $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha.t$ | $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha.t$ |

**Παρ. 6.** Κινητό ξεκινά από την ακινησία και κάνει ΕΟΚ με $\upsilon_1$= 4 m/s για χρόνο $t_1$ = 5 s. Κατόπιν για 3 s κάνει ΕΟΜ κίνηση με α = 2 m/s$^2$. Βρείτε α) την εξίσωση κίνησης της ΕΟΜ β) την συνολική διάρκεια της κίνησης. και γ) την τελική θέση του κινητού

**Απ.** α) Στην ΕΟΚ $\Delta x = \upsilon.\Delta t \Rightarrow x - 0 = \upsilon_1.(t - 0) \Rightarrow x_1 = 4.t_1 \Rightarrow x_1 = 20$ m

Στην ΕΟΜ $x_0 = x_1$, $\upsilon_0 = \upsilon_1$ και $t_0 = t_1$. Αρα

$$\Delta x = \upsilon_1.\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \Rightarrow (x-x_1) = \upsilon_1(t- t_1) + \frac{1}{2}\alpha(t- t_1)^2$$

$$\Rightarrow (x- 20) = 4.(t-5) + \frac{1}{2}2.(t-5)^2 \Rightarrow x = t^2 - 6t + 25$$

β) Η συνολική χρονική διάρκεια είναι

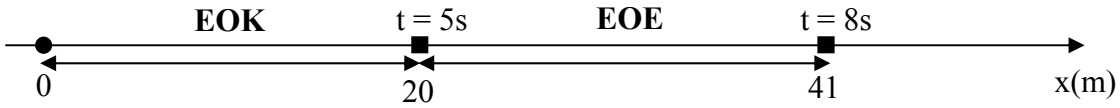
$$t_B = t_1 + 3 = 8 \text{ s}$$

γ) Η τελική θέση είναι

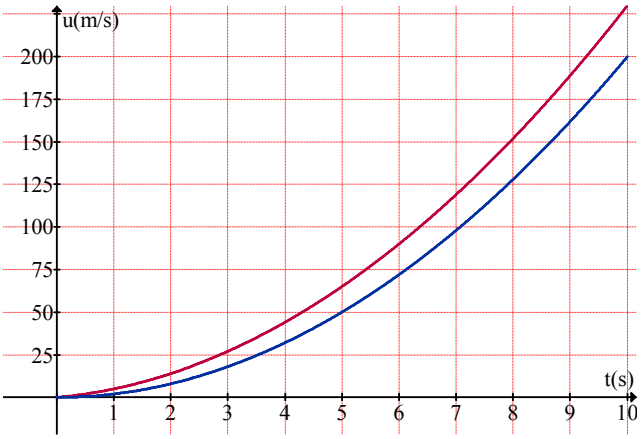
$$x = t^2 - 6t + 25 \Rightarrow x_B = 8^2 - 6.8 + 25 = 41 \text{ m}$$

Η μετατόπιση **κατά την διάρκεια της ΕΟΜ** είναι ($\Delta t$ = 3 s)

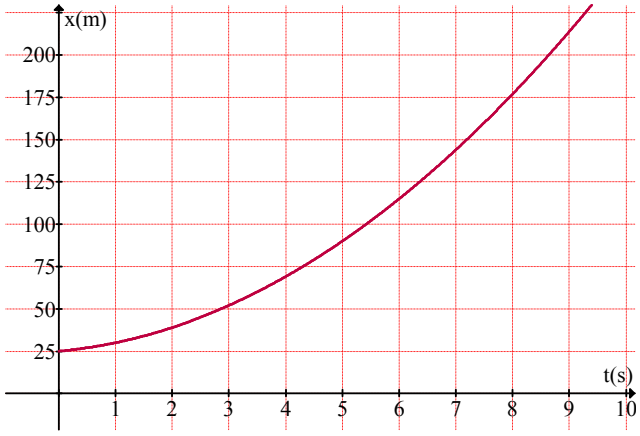
$$\Delta x = \upsilon_1.\Delta t + \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta x = 4.3 + 0{,}5.2.3^2 = 12+9 = 21 \text{ m}$$



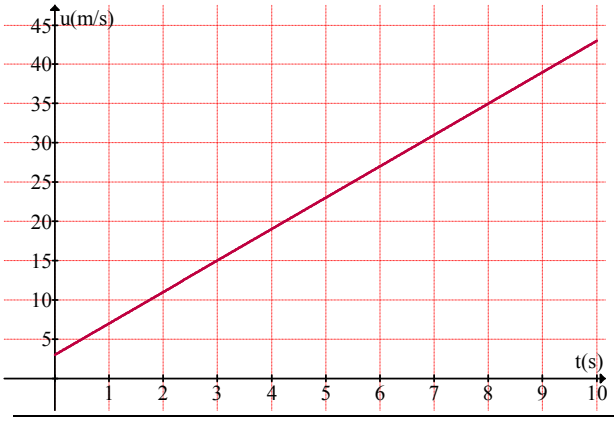

## 11. Γραφικές παραστάσεις στην ΕΟΜ.




**Σχ. 4 Γραφική παράσταση μετατόπισης –χρόνου σε ΕΟΕ (άνω $\upsilon_0$=3 m/s α=4 m/s$^2$, $t_0$=0 s, κάτω $\upsilon_0$=0 m/s α=4 m/s$^2$, $t_0$=0 s)**




**Σχ. 5 Γραφ. παράσταση θέσης – χρόνου σε ΕΟΕ ($x_0$=25m, $\upsilon_0$=3 m/s α=4 m/s$^2$, $t_0$=0 s)**




**Σχ. 6 Γραφ. παράσταση ταχύτητας χρόνου σε ΕΟΕ ($\upsilon_0$=3 m/s α=4 m/s$^2$, $t_0$=0 s)**