

ΘΕΜΑ 4

Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) φέρουμε τις διαμέσους $B\Delta$ και $ΓΕ$. Μία ευθεία ϵ παράλληλη στη βάση $B\Gamma$ τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα Z και H αντίστοιχα και τις διαμέσους $B\Delta$ και $ΓΕ$ στα σημεία Θ και K αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $BZ=GH$.

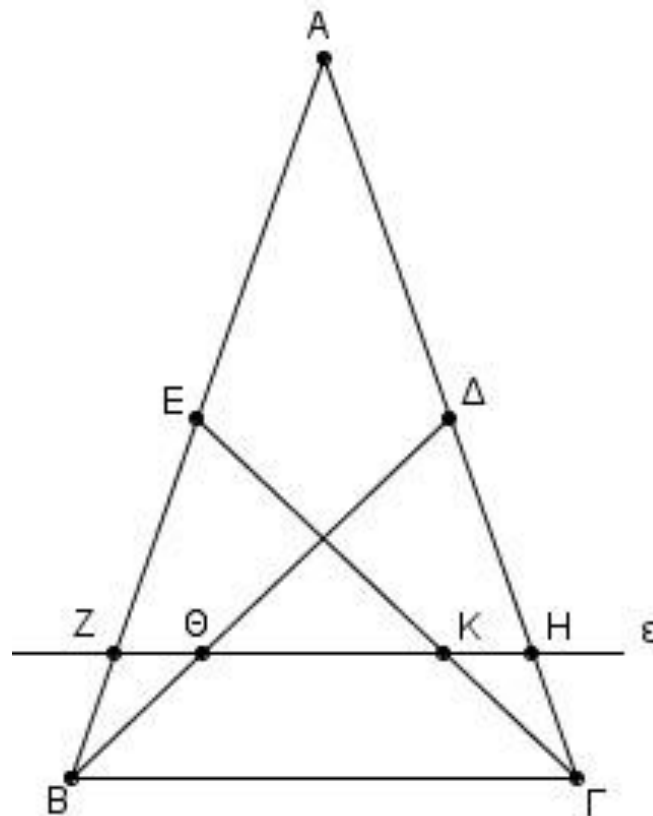
(Μονάδες 8)

β) τα τρίγωνα $ZB\Theta$ και $H\Gamma K$ είναι ίσα.

(Μονάδες 9)

γ) $ZK=H\Theta$.

(Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε κύκλο κέντρου O και εξωτερικό σημείο του P . Από το P φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήμα PA και PB . Η διακεντρική ευθεία PO τέμνει τον κύκλο στο σημείο Λ . Η εφαπτόμενη του κύκλου στο Λ τέμνει τα PA και PB στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο $P\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) $\Gamma A = \Delta B$. (Μονάδες 8)

γ) η περίμετρος του τριγώνου $P\Gamma\Delta$ είναι ίση με $PA + PB$. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = A\Delta$ και $\Gamma B = \Gamma\Delta$. Αν E το σημείο τομής των προεκτάσεων των BA και $\Gamma\Delta$ και Z το σημείο τομής των προεκτάσεων των ΔA και ΓB να αποδείξετε ότι:

α) Η ΓA είναι διχοτόμος της γωνίας $B\Gamma\Delta$.

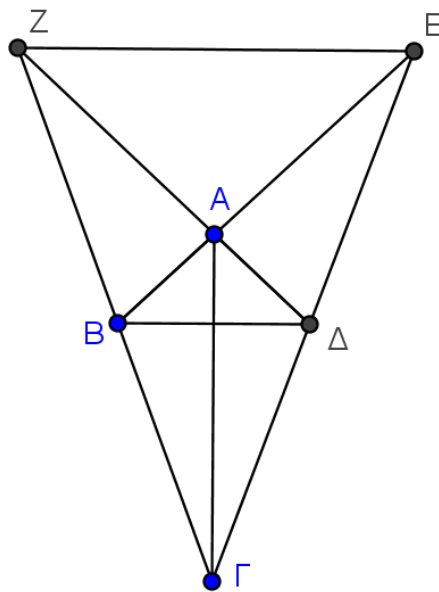
(Μονάδες 7)

β) $\Gamma Z = \Gamma E$

(Μονάδες 9)

γ) $EZ \parallel B\Delta$

(Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

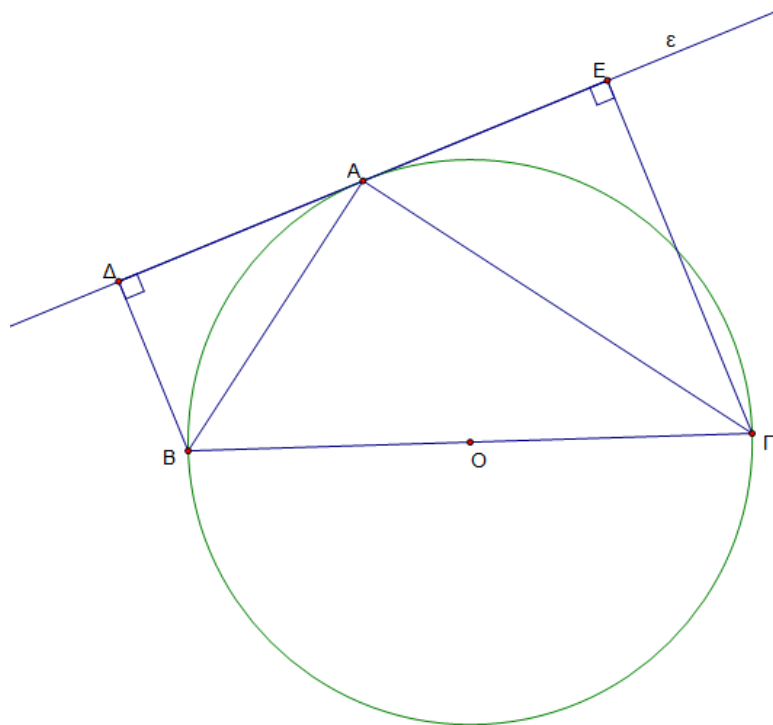
Θεωρούμε κύκλο κέντρου O , με διάμετρο $B\Gamma$. Από σημείο A του κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη (ε) του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.

Από τα σημεία B και Γ φέρουμε τα τμήματα $B\Delta$ και ΓE κάθετα στην ευθεία (ε).

α) Να αποδείξετε ότι BA και ΓA είναι διχοτόμοι των γωνιών $\angle B\Gamma A$ και $\angle E\Gamma B$ αντίστοιχα. (Μονάδες 8)

β) Αν AZ είναι ύψος του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι $A\Delta = AE = AZ$. (Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι $B\Delta + \Gamma E = B\Gamma$. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$, η διχοτόμος του $A\Delta$ και ευθεία (ϵ) παράλληλη από το B προς την $A\Gamma$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρουμε ευθεία παράλληλη στην $A\Delta$ η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο Z , την ευθεία (ϵ) στο σημείο Λ και την προέκταση της BA στο σημείο E .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα AEZ και $B\Lambda E$ είναι ισοσκελή.

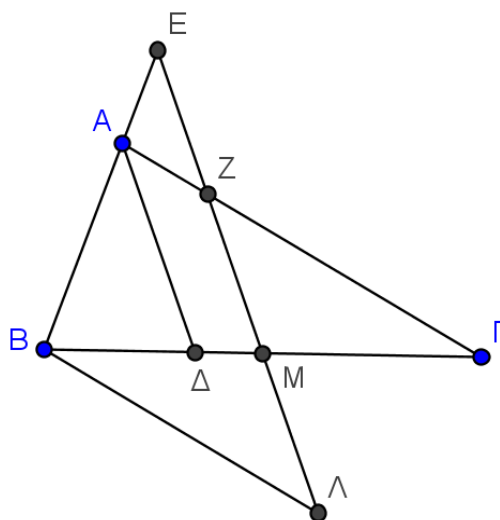
(Μονάδες 8)

β) $B\Lambda = \Gamma Z$.

(Μονάδες 9)

γ) $AE = A\Gamma - B\Lambda$.

(Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι θέσεις στο χάρτη πέντε χωριών A, B, Γ, Δ και E και οι δρόμοι που τα συνδέουν. Το χωριό E ισαπέχει από τα χωριά B, Γ και επίσης από τα χωριά A και Δ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. η απόσταση των χωριών A και B είναι ίση με την απόσταση των χωριών Γ και Δ. (Μονάδες 5)

ii. αν οι δρόμοι AB και ΓΔ έχουν δυνατότητα να προεκταθούν, να αποδείξετε ότι αποκλείεται να συναντηθούν. (Μονάδες 5)

iii. τα χωριά B και Γ ισαπέχουν από τον δρόμο ΑΔ. (Μονάδες 8)

β) Να προσδιορίσετε γεωμετρικά το σημείο του δρόμου ΑΓ που ισαπέχει από τα χωριά A και Δ. (Μονάδες 7)

