

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ με $AB=2BΓ$. Προεκτείνουμε την πλευρά $AΔ$ κατά τμήμα $ΔΕ=AΔ$ και φέρουμε την BE που τέμνει τη $ΔΓ$ στο σημείο H .

Να αποδείξετε ότι:

- α) το τρίγωνο BAE είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)
- β) το $ΔEΓB$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)
- γ) η AH είναι διάμεσος του BAE τριγώνου. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, στο οποίο φέρουμε τις διαμέσους του BM και ΓN . Προεκτείνουμε την BM (προς το M) κατά τμήμα $M\Delta=BM$ και την ΓN (προς το N) κατά τμήμα $NE=\Gamma N$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta // B\Gamma$ και $AE // B\Gamma$. (Μονάδες 13)

β) Είναι τα σημεία E , A και Δ συνευθειακά; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ και η διαγώνιός του $ΒΔ$. Από τις κορυφές A και $Γ$ φέρουμε τις κάθετες $ΑΕ$ και $ΓΖ$ στη $ΒΔ$, που την τέμνουν στα σημεία E και Z αντίστοιχα.

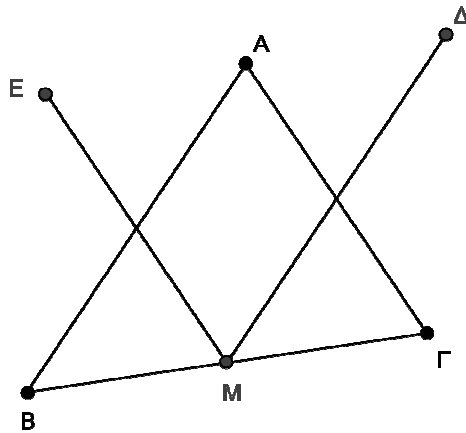
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΔΕ$ και $ΓΒΖ$ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΕΓΖ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από το μέσο Μ της πλευράς ΒΓ φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα ΜΔ ίσο και παράλληλο προς την πλευρά ΒΑ και ευθύγραμμο τμήμα ΜΕ ίσο και παράλληλο προς την πλευρά ΓΑ. Να αποδείξετε ότι:

- α) $ΔΑ=ΑΕ$ (Μονάδες 8)
- β) Τα σημεία Δ, Α και Ε βρίσκονται στην ίδια ευθεία. (Μονάδες 9)
- γ) $ΔΕ=ΒΓ$ (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο με $AB=2AD$. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας \hat{A} του παραλληλογράμμου, η οποία τέμνει την ΑΒ στο Ε.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)

β) Είναι το σημείο Ε μέσο της πλευράς ΑΒ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ και O το σημείο τομής των διαγωνίων του. Θεωρούμε σημείο E του τμήματος AO και σημείο Z του τμήματος OG , ώστε $OE=OZ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $ΔE=BZ$ (Μονάδες 12)

β) το $ΔEBZ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ με $AB=2BΓ$ και E το μέσο της πλευράς του AB .

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $ΕΑΔ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) Η $ΔΕ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{Δ}$. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του AM . Στην προέκταση της διαμέσου $M\Delta$ του τριγώνου $AM\Gamma$ θεωρούμε σημείο E ώστε $M\Delta = \Delta E$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $AM\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)
- β) Η BE διέρχεται από το μέσο της διαμέσου AM . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και A' , Γ' οι προβολές των κορυφών A και Γ στη διαγώνιο $B\Delta$. Αν τα σημεία A' και Γ' δεν ταυτίζονται, να αποδείξετε ότι:

α) $AA' \parallel \Gamma\Gamma'$

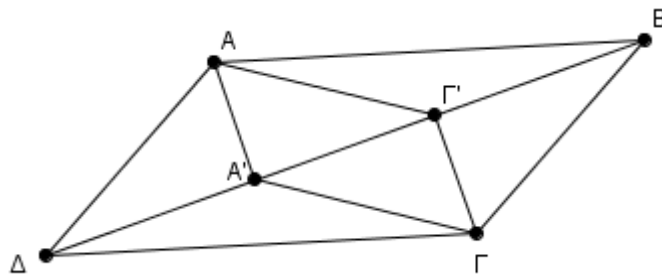
(Μονάδες 8)

β) $AA' = \Gamma\Gamma'$

(Μονάδες 10)

β) Το τετράπλευρο $A\Gamma'\Gamma A'$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Αν οι διχοτόμοι των απέναντι γωνιών \hat{A} και \hat{B} τέμνουν τις πλευρές AB και $\Gamma\Delta$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $B\Gamma Z$ είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο ΔEBZ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Στις πλευρές AD και $BΓ$ παραλληλογράμμου $ABΓΔ$ θεωρούμε σημεία E και Z , τέτοια ώστε $AE=ΓZ$. Αν η ευθεία ZE τέμνει τις προεκτάσεις των πλευρών AB και $ΓΔ$ στα σημεία H και $Θ$, να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{HBZ} = \widehat{EΔΘ}$

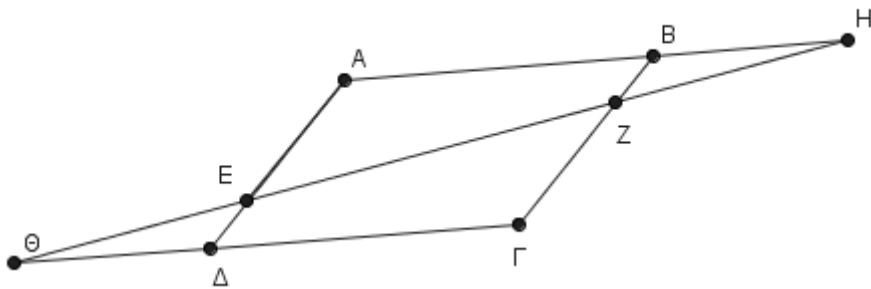
(Μονάδες 8)

β) $\widehat{BZH} = \widehat{ΔΕΘ}$

(Μονάδες 8)

γ) $BH=ΘΔ$

(Μονάδες 9)



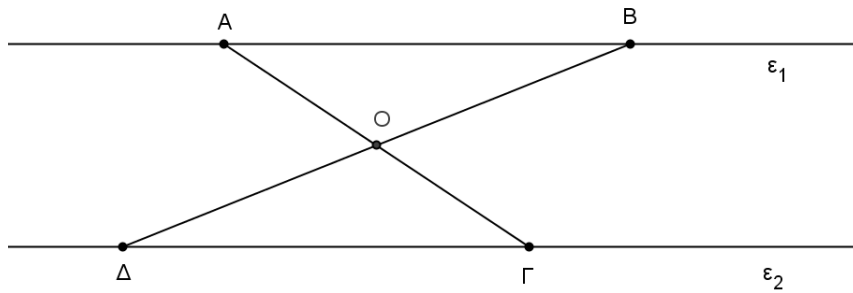
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και το σημείο O είναι το μέσο της BD .

Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα AOB και $ΓΟΔ$ είναι ίσα και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους. (Μονάδες 12)

β) το $ABΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $AB > B\Gamma$ φέρουμε από τις κορυφές A και Γ καθέτους στη διαγώνιο $B\Delta$, οι οποίες την τέμνουν σε διαφορετικά σημεία E και Z αντίστοιχα.

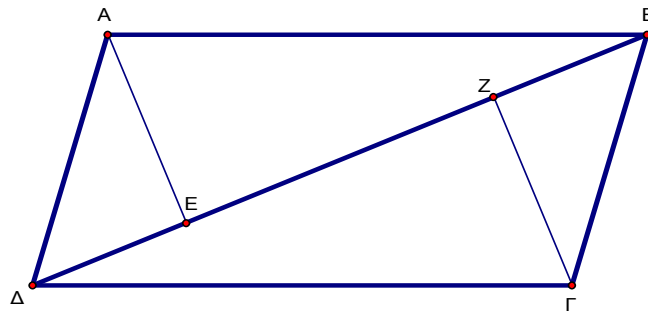
Να αποδείξετε ότι:

α) $AE = \Gamma Z$.

(Μονάδες 15)

β) Το τετράπλευρο $A\epsilon\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 10)

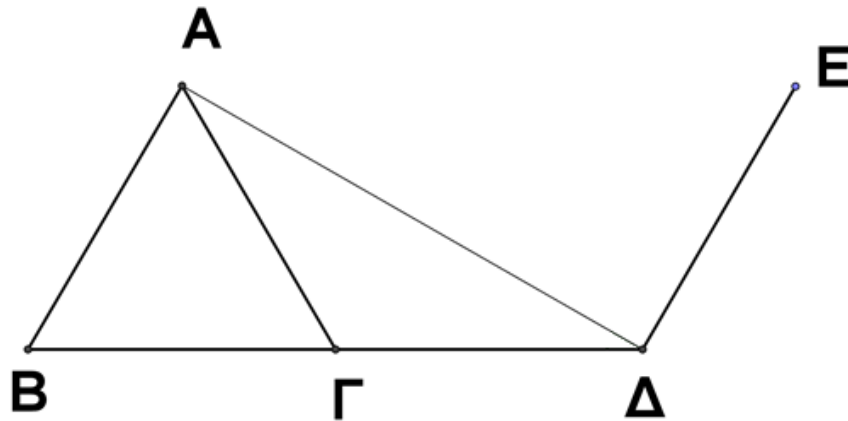


ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το μέρος του Γ) θεωρούμε τμήμα $\Gamma\Delta=B\Gamma$. Φέρουμε τμήμα ΔE κάθετο στην AD στο σημείο της Δ , τέτοιο ώστε $\Delta E=B\Gamma$. (A και E στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την $B\Delta$).

α) Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Delta$. (Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $AB\Delta E$ παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο ισχύει $B\Gamma=2AB$ και έστω M το μέσο της $B\Gamma$. Αν η $A\Delta$ είναι διάμεσος του τριγώνου ABM και E σημείο στην προέκτασή της ώστε $A\Delta=\Delta E$.

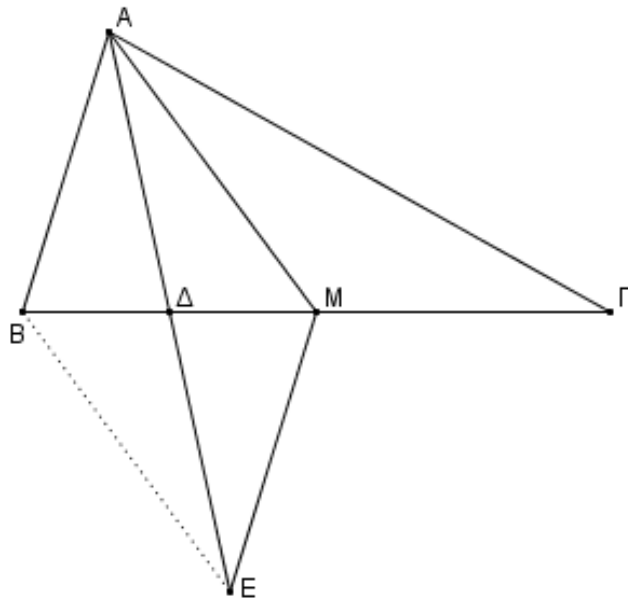
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $ABEM$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 12)

β) $ME=MG$

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα παραλληλόγραμμα ΑΒΔΓ και ΒΔΕΖ.

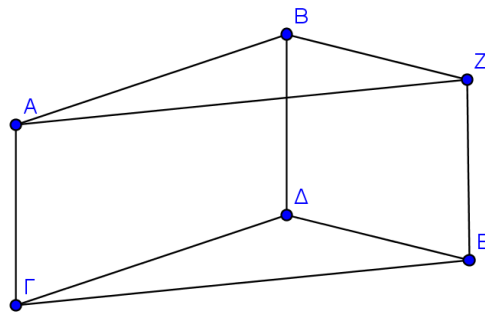
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΓΕΖ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 13)

β) $\hat{A}BZ = \hat{\Gamma}DE$.

(Μονάδες 12)

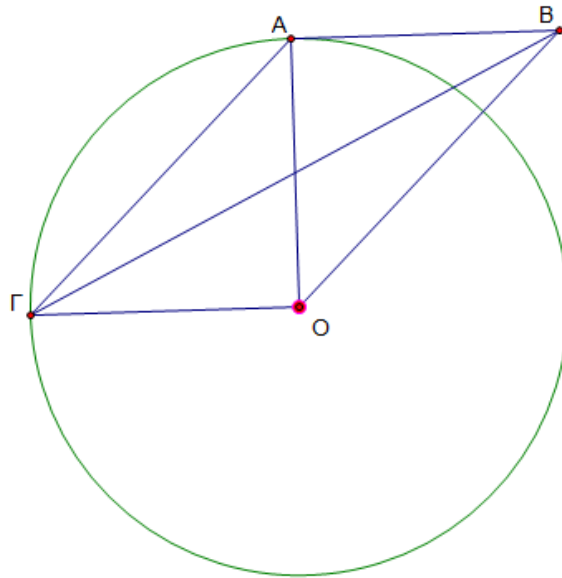


ΘΕΜΑ 2

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Θεωρούμε κάθετες ακτίνες OA , OG και εφαπτόμενο στον κύκλο τμήμα AB με $AB = OG$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα AO και $BΓ$ διχοτομούνται. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου $ABOG$. (Μονάδες 15)



ΘΕΜΑ 2

Έστω παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$. Προεκτείνουμε την πλευρά $ΒΑ$ (προς το $Α$) και την πλευρά $ΔΓ$ (προς το $Γ$) κατά τμήματα $ΑΕ = ΑΒ$ και $ΓΖ = ΔΓ$.

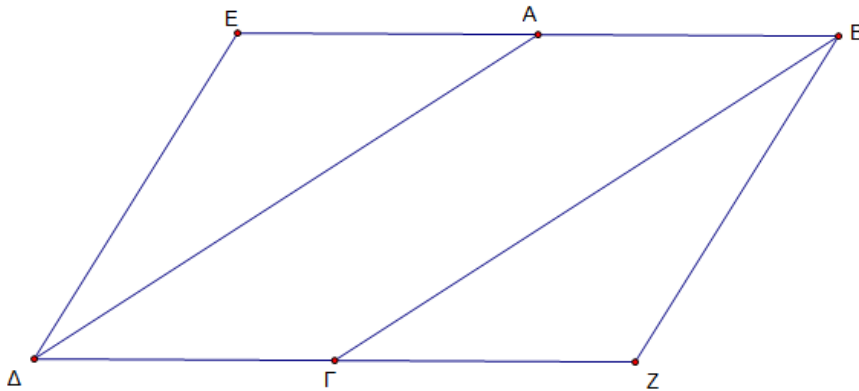
Να αποδείξετε ότι:

α) $BZ = EΔ$

(Μονάδες 13)

β) Το τετράπλευρο $ΕΒΖΔ$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και M το μέσο της $B\Gamma$. Προεκτείνουμε τη διάμεσο AM κατά τμήμα $M\Delta = MA$. Από το A φέρουμε παράλληλη προς τη $B\Gamma$ η οποία τέμνει την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο σημείο E .

Να αποδείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο, (Μονάδες 12)

β) $BM = \frac{AE}{2}$ (Μονάδες 13)